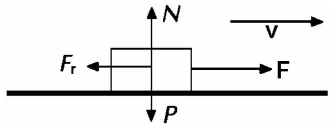
Problemas de trabajo

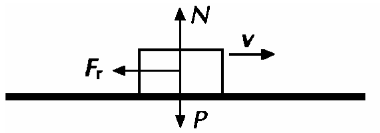
1.- Calcula el trabajo que debe hacer el motor de un coche para recorrer 1 km con velocidad constante a pesar del rozamiento. (Supón que el coche tiene una masa de 1.000 kg y que el coeficiente de rozamiento con el suelo es $\mu = 0'3$.)



Datos: $\Delta r = 1$ km $= 1000$ m, $m = 1000$ kg, $\mu = 0'3$

$$\left.\begin{aligned} &\sum F = 0 \\ &F - F_r = 0 \\ &F = F_r \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0'3 \cdot 1000 \cdot 9'8 = 2940 \text{ N} \\ &F = F_r = 2940 \text{ N} \\ &W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = 2940 \cdot 1000 \cdot \cos 0^\circ = 2.940.000 \text{ J} \end{aligned}$$

2.- Calcula el trabajo que realizan los frenos de un tren de cien toneladas si lo detienen completamente en doscientos metros. Imagina que el coeficiente de rozamiento vale 0'1. ¿Y si tiene doscientas toneladas? ¿Y si frena en 300 m? ¿Cómo explicas que el trabajo sea mayor? Datos: $\Delta r = 200$ m, $m = 100$ T $= 100.000$ kg, $\mu = 0'1$



a) $F_r = \mu \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 100000 \cdot 9'8 = 98000$ N
$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = 98000 \cdot 200 \cdot \cos 180^\circ = -19.600.000$ J

b) $W = -39.200.000$ J El doble del caso anterior.

c) $W = 98.000 \cdot 300 = -29.400.000$ J
En el caso b) es mayor porque la masa del objeto es mayor, en el caso c) es mayor porque el desplazamiento ha sido mayor y por tanto se ha aplicado la fuerza durante más tiempo.

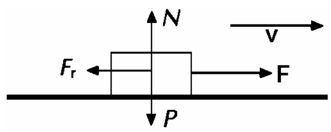
3.- Una fuerza de 25 N ha actuado sobre un cuerpo desplazándolo 3 m. Calcula el trabajo realizado en los siguientes casos: a) La fuerza tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento. b) La fuerza forma un ángulo de 30º con el desplazamiento. c) La fuerza forma un ángulo de 180º con el desplazamiento.
Datos: $\Delta r = 3$ m, $F = 25$ N

a) $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = 25 \cdot 3 \cdot \cos 0^\circ = 25 \cdot 3 \cdot 1 = 75$ J

b) $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = 25 \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ = 64'95$ J

c) $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = 25 \cdot 3 \cdot \cos 180^\circ = -75$ J

4- Un cuerpo se encuentra en reposo en un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0'1$. Un niño decide empujarlo con una fuerza de 7 N en la dirección del plano. Si la masa del cuerpo es de 5 kg y el niño aplica la fuerza durante 8 s, calcula el trabajo realizado por el niño.



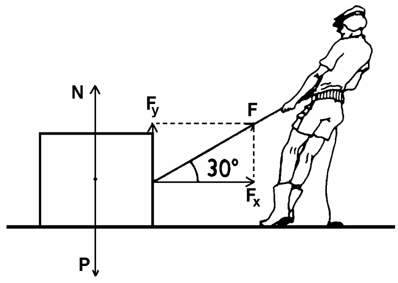
Datos: $\Delta r = 3$ m, $F = 7$ N, $\mu = 0'1$, $m = 5$ kg, $\Delta t = 8$ s, $v_I = 0$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Eje y}: N = P \\ &\text{Eje x}: \sum F = m \cdot a \end{aligned}\right\} \left.\begin{aligned} &F - F_r = m \cdot a \\ &F_r = \mu \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 5 \cdot 9'8 = 4'9 \text{ N} \end{aligned}\right\} \left. 7 - 4'9 = 5 \cdot a \right\} a = \frac{2'1}{5} = 0'42 \text{ m/s}^2$$

Como el cuerpo describe un M.R.U.A.: $\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = 0'5 \cdot 0'42 \cdot 8^2 = 13'44$ m
$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = 2'1 \cdot 13'44 \cdot 1 = 28'4$ J

5.- Antonio arrastra su trineo, de 80 kg de masa, con M.R.U. por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es 0'1. Para ello tira de él mediante una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Con qué fuerza está tirando? ¿Qué trabajo ha realizado después de recorrer 100 m?

Datos: $\Delta r = 100$ m, $m = 80$ kg, $\mu = 0'1$, $\theta = 30º$



En el eje y: $N + F_y = P$
$N + F \cdot \text{sen } 30° = m \cdot g$
$N + F \cdot 0'5 = 80 \cdot 9'8$

$\left.\right\} \begin{array}{l} N + 0'5 \cdot F = 784 \\ N = 784 - 0'5 \cdot F \end{array}$

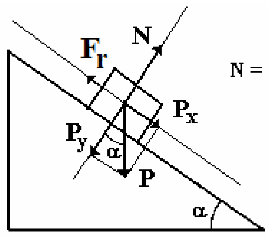
En el eje x: $\sum F = 0$, porque v = cte.

$\left.\begin{array}{l} F_x = F_r \\ F \cdot \cos 30° = \mu \cdot N \end{array}\right\} \begin{array}{l} F \cdot 0'866 = 0'1 \cdot (784 - 0'5 \cdot F) \\ F \cdot 0'866 = 78'4 - 0'05 \cdot F \end{array}\Bigg\} \begin{array}{l} F \cdot 0'866 + 0'05 \cdot F = 78'4 \\ 0'916 \cdot F = 78'4 \end{array}$

$$F = \frac{78'4}{0'916} = 85'6 \text{ N}$$

El trabajo que realiza: $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0° = 85'6 \cdot 100 \cdot \cos 30º = 7413$ J

6.- Un bloque de 50 kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado 20º. Si el coeficiente de rozamiento es 0'15, calcula el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando éste desliza 20 cm. Comprueba que la suma de todos los trabajos coincide con el trabajo de la fuerza resultante.



Datos: $m = 50$ kg, $\Delta x = 20$ cm $= 0'2$ m, $\alpha = 20º$, $\mu = 0'15$

$P_y = m \cdot g \cdot \cos 20º = 50 \cdot 9'8 \cdot \cos 20º = 460'4$ N
$W = P_y \cdot \Delta r \cdot \cos \theta° = 460 \cdot 0'2 \cdot \cos 270º = 0$ J

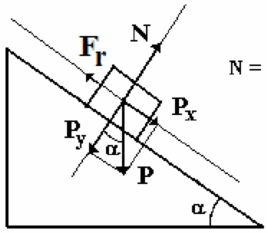
$N = P_y = 460'4$ N
$W = N \cdot \Delta r \cdot \cos \theta° = 460 \cdot 0'2 \cdot \cos 90º = 0$ J

$P_x = m \cdot g \,.\, \text{sen } 20º = 50 \cdot 9'8 \cdot \text{sen } 20º = 167'6$ N
$W = P_x \cdot \Delta r \cdot \cos \theta° = 167'6 \cdot 0'2 \cdot \cos 0º = 33'5$ J

$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 20º = 0'15 \cdot 50 \cdot 9'8 \cdot \cos 20º = 69'1$ N
$W = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos \theta = 69'1 \cdot 0'2 \cdot \cos 180º = -13'8$ J
$W_{total} = 33'5 - 13'8 = 19'7$ J

$\sum F = P_y - N + P_x - F_R = 460'4 - 460'4 + 167'6 - 69'1 = 98'5$ N
$W_{total} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta = 98'5 \cdot 0'2 \cdot \cos 0º = 19'7$ J

7.- ¿Qué trabajo recibe en total un cuerpo de 50 kg cuando se desliza 1 m por un plano inclinado 30º. Coeficiente de rozamiento = 0'1.



Datos: $m = 50$ kg, $\Delta x = 1$ m, $\alpha = 30º$, $\mu = 0'1$
$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } 30º = 50 \cdot 9'8 \cdot \text{sen } 30º = 245$ N

$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30º = 0'1 \cdot 50 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 42'4$ N

La fuerza total: $\sum F = P_x - F_R = 245 - 42'4 = 202'6$ N

$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0° = 202'6 \cdot 1 \cdot \cos 0º = 202'6$ J

8.- Una fuerza de 490 N tira de un bloque, inicialmente en reposo que pesa 20 kg, situado en un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La fuerza actúa hacia arriba y paralelamente al plano, y de esta forma el cuerpo recorre 10 m. Se sabe que el coeficiente de rozamiento es 0'2. Calcular: a) el trabajo realizado por la fuerza y su distribución, b) la velocidad adquirida por el cuerpo al final del recorrido c) Trabajo de la fuerza de rozamiento.

Datos: F = 490 N, m = 20 kg, $\Delta x = 10$ m, $\alpha = 30º$, $\mu = 0'2$, $v_I = 0$

a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada es: $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0° = 490 \cdot 10 = 4900 J$

Se emplea en vencer el rozamiento y aumentar la energía cinética y potencial del bloque.

b) Aplicando el segundo principio de la dinámica: $\sum F = m \cdot a$

$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } 30º = 20 \cdot 9'8 \cdot \text{sen } 30º = 98$ N

$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30º = 0'2 \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 33'9$ N

La resultante de las fuerzas que actúan sobre el bloque: $F - F_R - P_x = m \cdot a$

$$490 - 98 - 33'9 = 20 \cdot a \Big\} \; 358'1 = 20 \cdot a \Big\} \; a = \frac{358'1}{20} = 17'9 \text{ m/s}^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v_I \, \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ v_F = v_I + a \, \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 0 + 0'5 \cdot 17'9 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 0 + 17'9 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 8'95 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 17'9 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t = \sqrt{\dfrac{10}{8'95}} = 1'06 \text{ s} \\ v_F = 17'9 \cdot 1'06 = 18'9 \text{ m/s} \end{array}$$

c) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$W_R = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180º = 33'9 \cdot 10 \cdot \cos 180º = -339$ J

9.- Un cuerpo de 2 kg se mueve a lo largo de una trayectoria cuyos puntos vienen determinados por las ecuaciones paramétricas: $x= 3t^2$, $y = 3t^3$, $z = -2t$ expresadas en metros. Deducir: a) la ecuación de la velocidad y su módulo, b) el momento lineal del cuerpo, c) el trabajo realizado por la fuerza que actúa sobre ese cuerpo entre los instantes t =1 y t =2 s.

a) El vector de posición del cuerpo es: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 3t^3\vec{j} - 2t\vec{k}$ (S.I.)

El vector velocidad es: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 6t\vec{i} + 9t^2\vec{j} - 2\vec{k}$

El módulo del vector velocidad es: $v = \sqrt{(6t)^2 + (9t^2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36t^2 + 81t^4 + 4}$

b) El momento lineal del cuerpo es: $\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 2 \cdot (6t\vec{i} + 9t^2\vec{j} - 2\vec{k}) = 12t\vec{i} + 18t^2\vec{j} - 4\vec{k}$

c) La fuerza que actúa sobre el cuerpo: $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = 12\vec{i} + 36t\vec{j}$

El trabajo realizado es: $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$

Como la fuerza no es constante (depende del tiempo) hay que integrar: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} \longrightarrow d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$

$$W = \int_{t=1}^{t=2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t=1}^{t=2} \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = \int_{t=1}^{t=2} (12\vec{i} + 36t\vec{j}) \cdot (6t\vec{i} + 9t^2\vec{j} - 2\vec{k}) \, dt = \int_{t=1}^{t=2} (72t\vec{i} + 324t^3\vec{j}) \cdot dt$$

$$= \left[\frac{72t^2}{2}\right]_{t=1}^{t=2} + \left[\frac{324t^4}{4}\right]_{t=1}^{t=2} = \left[36t^2\right]_{t=1}^{t=2} + \left[81t^4\right]_{t=1}^{t=2} = (36\,(2^2 - 1^2) + 81\,(2^4 - 1^4) = 108 + 1215 = 1323 \text{ J}$$

Problemas de energía

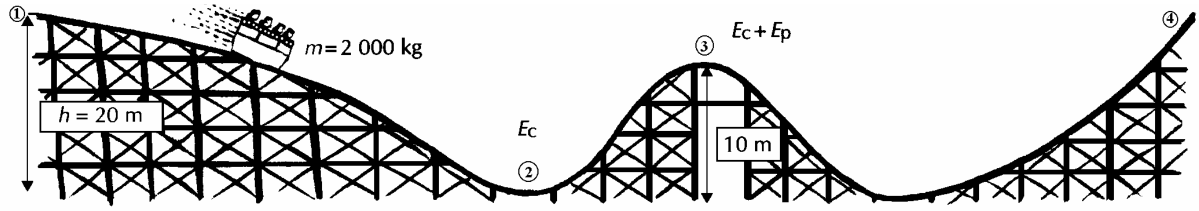
1.- Un carrito de 1 kg de masa, que se desplaza en línea recta a una velocidad constante de 2 m/s. Le aplicamos una fuerza y la velocidad aumenta a 4 m/s en un espacio de 5 m. Se supone que no hay rozamiento. a) Calcula el trabajo realizado. b) Calcula el valor de la fuerza aplicada.

Datos: $m = 1$ kg, $v_I = 2$ m/s, $v_F = 4$ m/s, $\Delta r = 5$ m

$$\left.\begin{array}{l} W = \Delta Ec = Ec_F - Ec_I \\ W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} Ec_I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_I^2 = 0'5 \cdot 1 \cdot 2^2 = 2 \text{ J} \\ Ec_F = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_F^2 = 0'5 \cdot 1 \cdot 4^2 = 8 \text{ J} \end{array}\right\} W = 8 - 2 = 6 \text{ J}$$

$$\text{b) } F = \frac{W}{\Delta r \cdot \cos\theta} = \frac{6}{5 \cdot 1} = 1'2 \text{ N}$$

2.- La figura representa una atracción de feria en que una vagoneta hace varias veces el camino de ida y vuelta entre los puntos 1 y 4.



a) Calcula la velocidad de la vagoneta, de 2.000 kg de masa, al pasar por los puntos 2 y 3 del recorrido. Supón que no hay rozamiento y aplica el principio de conservación de la energía. b) ¿Hasta qué altura llegará en 4? Al regresar, ¿qué velocidad tendrá en los puntos 2 y 3? ¿Hasta qué altura llegará en 1? c) Pero el dueño ha comprobado que en cada viaje el rozamiento consume 30.000 julios, ¿consigue alcanzar el punto 4? d) ¿Qué altura alcanzará al regresar de nuevo a 1? ¿Qué trabajo debe realizar el motor para llevarla basta la posición 1? (Para averiguar esto último no es necesario ningún cálculo.)

a) Punto 1: $Ep = m \cdot g \cdot h = 2000 \cdot 9'8 \cdot 20 = 392.000$ J

$$\text{Punto 2: } Ep_1 = Ec_2 \left.\right\} 392.000 = 0'5 \cdot 2000 \cdot v_2^2 \left.\right\} v = \sqrt{\frac{392000}{1000}} = 19'8 \text{ m/s}$$

Punto 3: $Ep_3 = m \cdot g \cdot h = 2000 \cdot 9'8 \cdot 10 = 196.000$ J

$$\left.\begin{array}{l} Ep_1 = Ec_3 + Ep_3 \\ 392000 = Ec_3 + 196000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} Ec_3 = 392000 - 196000 = 196000 \text{ J} \\ v = \sqrt{\frac{196000}{1000}} = 14 \text{ m/s} \end{array}$$

b) $Ep_1 = Ec_2 = Ep_4$

En el punto 4 alcanzará la misma altura inicial = 20 m

En los puntos 2 y 3 tendrá la misma velocidad que en el apartado anterior.

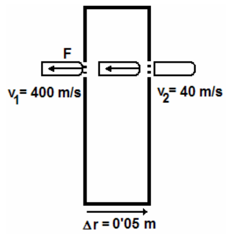
En el punto 1 llegará a la misma altura = 20 m

c) $Ep_4 = Ep_1 - W = 392000 - 30000 = 362000$ J

$$\left.\begin{array}{l} Ep_4 = m \cdot g \cdot h \\ 362000 = 2000 \cdot 9'8 \cdot h \end{array}\right\} h = \frac{362000}{2000 \cdot 9'8} = 18'5 \text{ m} \qquad \text{No alcanza el punto 4}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{d) } Ep_1 = 362000 - 30000 = 332000 \text{ J} \\ 332000 = 2000 \cdot 9'8 \cdot h \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = \frac{332000}{2000 \cdot 9'8} = 16'9 \text{ m} \\ W = 30000 + 30000 = 60000 \text{ J} \end{array}$$

3.- Una bala de 80 g avanza horizontalmente a 400 m/s hacia una pancha de corcho de 5 cm de espesor. Tras atravesar la plancha conserva una velocidad de 40 m/s. ¿Cuánto vale la fuerza que la plancha opone al paso de la bala?



Datos: $m = 80\ g = 0'08\ kg$, $v_1 = 400\ m/s$, $v_2 = 40\ m/s$, $\Delta r = 5\ cm = 0'05\ m$

El teorema de las fuerzas viva: $W_{total} = \Delta Ec$

$$\left.\begin{array}{l} Ec_1 = 0'5 \cdot m \cdot v_1^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 400^2 = 6400\ J \\ Ec_2 = 0'5 \cdot m \cdot v_2^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 40^2 = 64\ J \end{array}\right\} \Delta Ec = 64 - 6400 = -6336\ J$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{total} = \Delta Ec = -6336\ J \\ W_{total} = F \cdot \Delta r \cdot \cos 180° = F \cdot 0'05 \cdot (-1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -6336 = F \cdot (-0'05) \\ F = \dfrac{-6336}{-0'05} = 1'27 \cdot 10^5\ N \end{array}$$

4.- Un bloque de madera está unido a un muelle horizontal. Se dispara horizontalmente una bala de 80 g a 350 m/s contra el bloque, de forma que la bala queda clavada en éste. Si la constante del muelle es k = 70 N/mm , ¿cuánto se comprimirá el muelle como máximo?

Datos: m_B $80\ g = 0'08\ kg$, $v_{B1} = 350\ m/s$, $k = 70\ N/mm = 70000\ N/m$

$Ec_B = 0'5 \cdot m \cdot v^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 350^2 = 4900\ J$

$$\left.\begin{array}{l} Ec_B = Ep_e = 0'5 \cdot k \cdot \Delta x^2 \\ 4900 = 0'5 \cdot 70000 \cdot \Delta x^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 4900 = 35 \\ \Delta x = \sqrt{\dfrac{4900}{35000}} = \sqrt{0'14} = 0'37\ m \end{array}$$

5.- Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento μ= 0'1. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J, y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de −50 J. Calcula: a) La velocidad final del cuerpo. b) El espacio recorrido.

a) Según el teorema de las fuerzas vivas, o de la energía cinética: $W + W_R = \Delta E_C$

W, trabajo realizado por la fuerza = 80 J, y W_R, trabajo realizado por la $F_R = -50\ J$

$W + W_R = Ec_F - Ec_I = 0'5 \cdot m\, v_F^2 - 0'5 \cdot m\, v_I^2$

$$\left.\begin{array}{l} 80 - 50 = 0'5 \cdot 4 \cdot v_F^2 - 0'5 \cdot 4 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot v_F^2 - 10 \end{array}\right\} \text{Por tanto: } v_F = 6'32\ m/s$$

b) El cuerpo se desliza sobre un plano horizontal, y la fuerza que se aplica sobre el cuerpo también es horizontal. Las dos únicas fuerzas verticales son peso y normal, iguales en módulo y de sentidos opuestos.

El módulo de la fuerza de rozamiento es: $F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 4 \cdot 9'8 = 3'92\ N$

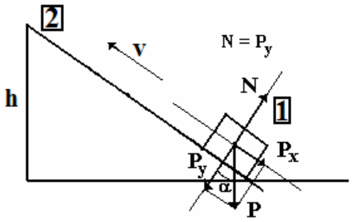
El trabajo que realiza esta fuerza, que se opone al movimiento es:

$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 180° = -F \cdot \Delta r$

$-50 = -3'92 \cdot \Delta r \;\rightarrow\; \Delta r = 12'8\ m$

6.- Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30º y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.
a) Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.
b) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales? Datos: m=10 kg,v_I =15 m/s, v_F =0 m/s, α=30º

a) El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva: $\Delta Em = \Delta Ec + \Delta Ep = 0$



$Em_1 = Em_2 \Rightarrow Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Como } h_1 = 0 \Rightarrow Ep_1 \\ \text{Como } v_2 = 0 \Rightarrow Ec_2\end{array}\right\} \begin{array}{l} Ec_1 = Ep_2 \\ 0'5 \cdot m \cdot v_I^2 = m \cdot g \cdot h_2\end{array}$$

$$0'5 \cdot 10 \cdot 15^2 = 10 \cdot 9'8 \cdot h_2 \Big\} \ 1125 = 98 \cdot h_2 \Big\} \ h_2 = \frac{1125}{98} = 11'5 \text{ m}$$

$$\text{sen } 30º = \frac{h_2}{\Delta r} \rightarrow \quad \Delta r = \frac{11'5}{0'5} = 23 \text{ m recorre antes de detenerse.}$$

b) Inicialmente toda la energía mecánica del cuerpo es energía cinética. En el instante en que la energía cinética se iguala con la energía potencial, ambas deben ser la mitad de la energía, cinética, inicial, entonces: $Em_1 = Em_2 = Em_3$

$$1125 = Ec_3 + Ep_3 = 2 \cdot Ec_3 = 2 \cdot 0'5 \cdot m \cdot v_3^2 = 10 \cdot v_3^2 \Big\} \ v_3^2 = \frac{1125}{10} = 112'5 \Big\} \ v_3 = \sqrt{112'5} = 10'6$$

7.- Un cuerpo de 10 kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La longitud del plano es de 10 m y el coeficiente de rozamiento es de 0'2. a) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano?, b) ¿Cuánto valdrá la energía potencial del cuerpo al estar situado en lo alto del plano? c) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?
Datos: m = 10 kg, α = 30º, Δx = 10 m, μ = 0'2

a) Aplicando el principio fundamental de la dinámica: $\sum F = P_x - F_R = m . a$

$$\left.\begin{array}{l} m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m . a \\ 10 \cdot 9'8 \cdot \text{sen } 30º - 0'2 \cdot 10 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 49 - 17 = 32 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 32 = m \cdot a \\ a = \frac{32}{10} = 3'2 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v_I \, \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ v_F = v_I + a \, \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 0 + 0'5 \cdot 3'2 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 0 + 3'2 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 1'6 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 3'2 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t = \sqrt{\frac{10}{1'6}} = 2'5 \text{ s} \\ v_F = 3'2 \cdot 2'5 = 8 \text{ m/s} \end{array}$$

Otra forma de hacer el problema:

Si actúan fuerzas no conservativas: $W_{nocon} = \Delta E_m = Em_2 - Em_1$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Como } v_1 = 0 \Rightarrow Ec_1 = 0 \\ \text{Como } h_2 = 0 \Rightarrow Ep_2 = 0\end{array}\right\} W_{nocon} = Ec_2 - Ep_1$$

La altura en el punto 1: $h_1 = 10 \cdot \text{sen } 30º = 5$ m

La energía potencial en el punto 1: $Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 = 490$ J

La fuerza de rozamiento: $F_r = 0'2 \cdot 10 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 16'97$ N

El trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{nocon}= F_r \cdot \Delta r \cdot \cos 180º = 16'97 \cdot 10 \cdot \cos 180º = -169'7$ J

$$\left.\begin{array}{l} -169'7 = 0'5 \cdot 10 \cdot v_2^2 - 490 \\ -169'7 + 490 = 0'5 \cdot 10 \cdot v_2^2 \end{array}\right\} 320'3 = 5 \cdot v_2^2 \left.\right\} \begin{array}{l} v_2^2 = \dfrac{320'3}{5} = 64'06 \\ v_2 = \sqrt{64'06} = 8'03 \text{ m/s} \end{array}$$

b) La altura en el punto 1: $h_1 = 10 \cdot \text{sen } 30º = 5$ m

La energía potencial en el punto 1: $Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 = 490$ J

c) Si actúan fuerzas no conservativas: $W_{nocon} = \Delta E_m = Em_2 – Em_1$

El trabajo de la fuerza de rozamiento rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica del cuerpo entre el punto más alto (solo energía potencial) y el punto más bajo (solo energía cinética).

$$\left.\begin{array}{l} \text{Como } v_1= 0 \Rightarrow Ec_1 = 0 \\ \text{Como } h_2 = 0 \Rightarrow Ep_2 = 0 \end{array}\right\} W_{nocon} = Ec_2 - Ep_1$$

$W_R = Em_1 - Em_2 = Ep_1 - Ec_2 = m \cdot g \cdot h_1 – 0'5 \cdot m \cdot v_2^2$

$W_R = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 - 0'5 \cdot 10 \cdot 8^2$
$W_R = 490 – 320 = 170$ J

8.- Un fusil dispara proyectiles de masa 1g con una velocidad de salida de 400 m/s. La fuerza variable con la que los gases procedentes de la explosión de la carga de proyección actúan sobre la base del proyectil viene dada por: F = 320 - 640x, donde F viene dada en N y x en metros. Deducir la longitud del cañón del fusil.
Datos: m = 1 g = 0’001 kg, v = 400 m/s, F = 320 – 640 x

En la boca del cañón del fusil la energía cinética de la bala es:
$Ec = 0'5 \cdot m \cdot v^2 = 0'5 \cdot 0'001 \cdot 400^2 = 80$ J

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas, la energía cinética de la bala procede del trabajo realizado por los gases emitidos al explotar la bala dentro del fusil: $W_{total} = \Delta Ec$

$$W = \int F \cdot dx = \int (320 - 640x) \cdot dx = 320x - \frac{640x^2}{2} = 320\,x - 320\,x^2$$

$\Delta Ec = 80 = 320\,x - 320\,x^2$

$320\,x^2 - 320\,x + 80 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado: x = 0'5 m (longitud del cañón)

Cuestiones y problemas de Selectividad

1.- (Junio 2006) Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.
b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos.
a) Es verdadera. La fuerza que hace que caigan los cuerpos, es el peso, que es proporcional a la masa de la Tierra y a la aceleración de la gravedad del planeta: $P = m \cdot g$.

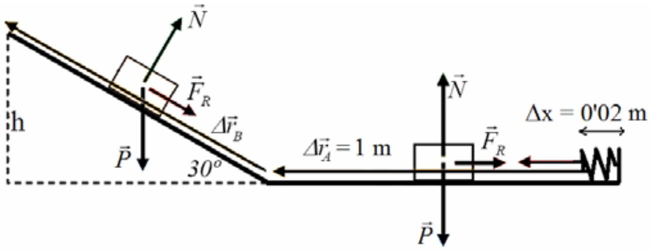
Según el 2º principio de la Dinámica, la aceleración que adquiere un cuerpo sobre el que actúa una fuerza es: $a = \frac{F}{m} = \frac{m \cdot g}{m} = g$

Aunque es cierto que un cuerpo con mayor masa, es atraído más fuertemente por la Tierra, también tiene mayor inercia. El resultado obtenido señala que la aceleración con la que cae cualquier objeto es la misma independientemente de su masa. Aunque, si hay rozamiento con el aire, la velocidad dependerá de la forma más o menos aerodinámica del objeto.

b) Es falsa. Una fuerza es conservativa si el trabajo, $W_{A\rightarrow B}$, que realiza sobre un cuerpo, cuando este pasa de un punto A, a otro B, es el mismo para cualquiera de las trayectorias que siga y solo depende de las posiciones de partida y llegada. Es decir, $W_{A\rightarrow B}$ es independiente de la trayectoria. El trabajo realizado para trasladar un cuerpo entre dos puntos dados equivale la variación de la energía potencial entre dichos puntos:

$$W_{(A\rightarrow B)} = -\Delta E_{p\ (A\rightarrow B)}$$

2.- Junio (2006) Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica 500 N·m^{-1}, comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado 30º con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado. a) Supuesto nulo el rozamiento. b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0'1. Dato: g = 10 m·s^{-2}



a) Como no actúan fuerzas no conservativas (no hay rozamiento), la energía mecánica se conserva, es decir: $E_f = E_I$
$Ep_{elástica}$ inicial = $Ep_{gravitatoria}$ final

Como: $h = \Delta r_B \cdot sen30º$

$$\left.\begin{array}{l} 0'5 \cdot k \cdot \Delta x^2 = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \Delta r_B \cdot sen30º \\ 0'5 \cdot 500 \cdot 0'2^2 = 2 \cdot 10 \cdot \Delta r_B \cdot 0'5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10 = 10 \cdot \Delta r_B \\ \Delta r_B = 1 \text{ m} \end{array}$$

b) Cuando actúan fuerzas no conservativas (rozamiento), el principio de conservación de la energía queda: $E_f = E_I + W_{no\ con}$

La fuerza de rozamiento es diferente en el plano horizontal y inclinado ya que la normal cambia.

En el plano horizontal: $F_{roz} = \mu \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 2 \cdot 10 = 2$ N
En el plano inclinado: $F_{roz} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30º = 0'1 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0'866 = 1'73$ N

El trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{no\ con} = (\mu \cdot m \cdot g) \cdot 1 + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30º) \cdot \Delta r_B = 2 + 1'73 \cdot \Delta r_B$

$m \cdot g \,.\, \Delta r_B \cdot sen30^o = 0'5 \cdot k \cdot \Delta x^2 - W_{no\ con}$
$2 \cdot 10 \cdot \Delta r_B \cdot 0'5 = 0'5 \cdot 500 \cdot 0'2^2 - (2 + 1'73 \cdot \Delta r_B)$

$$\left.\begin{array}{l} 10 \cdot \Delta r_B = 10 - 2 - 1'73 \,.\, \Delta r_B \\ 10\,\Delta r_B = 8 - 1'73\,\Delta r_B \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 10\,\Delta r_B + 1'73\,\Delta r_B = 8 \\ 11'73\,\Delta r_B = 8 \end{array}\right\} \Delta r_B = \frac{8}{11'73} = 0'68 \text{ m}$$

3.- (Junio 2007) conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?
a) No, la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa. Para poder asociar una energía potencial a una fuerza, ésta ha de ser conservativa, de manera que el trabajo que realice sea independiente de la trayectoria seguida y, por tanto, que el trabajo realizado en una trayectoria cerrada sea nulo. Esto no ocurre con la fuerza de rozamiento, ya que, al actuar a lo largo de una trayectoria cerrada siempre da un trabajo, al actuar, en cada instante, oponiéndose al movimiento del cuerpo.

b) Tanto la energía potencia como la energía cinética son relativas Ambas dependen del punto de referencia que se tome, por tanto, es más coherente hablar de variación de energía potencial entre dos puntos, que hacerlo como algo absoluto.

Por ejemplo cuando se calcula el trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias o eléctricas se utiliza una integral en la que aparecen constantes arbitrarias. Gracias a esta arbitrariedad, se puede definir el nivel de referencia que nos interese. Se suele tomar como origen de energías potenciales gravitatorias el infinito, aunque también se podía definir una expresión de energía potencial gravitatoria sobre la superficie del planeta, por ejemplo.

4.- (Junio 2008) a) Conservación de la energía mecánica. b) Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo, al desplazarse éste una distancia d por el plano.
a) La energía mecánica de un cuerpo es suma de sus energías cinéticas y potenciales: $E_m = E_p + E_c$

Se producirá variación en la energía mecánica siempre que se dé un intercambio de energía con el exterior (trabajo mecánico), producido por la acción de una fuerza externa: $\Delta E_m = \Delta Ec + \Delta Ep$

- De acuerdo con el teorema de la energía cinética o **de las fuerzas vivas**: $W_{total} = \Delta E_c$

Si sobre el cuerpo actúan fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas, el trabajo total realizado sobre él, será igual a la suma del trabajo realizado por las fuerzas conservativas (W_{con}) más el realizado por las fuerzas no conservativas (W_{nocon}):

$$W_{total} = W_{con} + W_{nocon} = \Delta Ec$$

- Dado que el trabajo que realizan las fuerzas conservativas es a expensa de una pérdida de energía potencial: $W_{con} = -\Delta Ep$:

$$-\Delta Ep + W_{nocon} = \Delta Ec$$

Por tanto: $W_{nocon} = \Delta Ec + \Delta Ep = \Delta(E_c + E_p) = \Delta E_m$

Es decir, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica del cuerpo: $W_{nocon} = \Delta E_m$

Para que la energía mecánica permanezca constante, el trabajo total de las fuerzas no conservativas debe ser cero y esto puede ocurrir porque no haya fuerzas no conservativas, porque haya, pero ninguna de ellas realice trabajo, o porque la suma de todos sus trabajos sea cero.

Enunciado del principio de conservación de la energía mecánica: *Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o estas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante*.

$$W_{nocon} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta E_m = 0 \quad (E_m = cte) \text{ y, por tanto, } \Delta Ec = -\Delta Ep$$

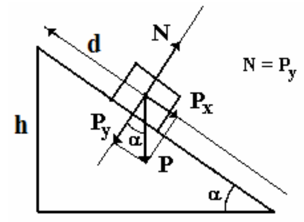
Es decir, un cuerpo sobre el que solo actúen fuerzas conservativas, mantendrá constante su energía mecánica, y su energía cinética aumentará en la misma cantidad que disminuya su energía potencial y viceversa.

Un caso muy frecuente en el que no se conserva la energía mecánica se produce cuando actúan fuerzas de rozamiento sobre el cuerpo. En estos casos suele perderse energía mecánica que se transforma en energía térmica.

b) Se puede resolver de dos formas:

- A partir del hecho de que la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa:

$$W_{con} = -\Delta Ep = -m \cdot g \cdot h = -m \cdot g \cdot d \cdot \text{sen}\ \alpha$$



- Partiendo de la ecuación general de trabajo:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta = P_x \cdot d \cdot \cos 180^{\circ} = -P \cdot \text{sen}\ \alpha \cdot d = -m \cdot g \cdot d \cdot \text{sen}\ \alpha$$

El trabajo resultaría negativo, es decir, la fuerza peso restaría energía al objeto. Ahora bien, esa energía se almacenará como energía potencial gravitatoria (m · g · h) manteniéndose la energía mecánica constante.

5.- (Junio 2009) En un instante t_1, la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial 12 J. En un instante posterior, t_2, la energía cinética de la partícula es de 18 J.
a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante t_2?
b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula? Razone las respuestas.

a) Datos: t_1: Ec = 30 J y Ep =12 J, t_2: Ec = 18 J

Si sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica se mantendrá constante en cualquier instante y lugar: $E_{m,1} = E_{m,2}$

Como la energía mecánica es suma de energía potencial y cinética: $E_{m,1} = 30 + 12 = 42$ J

$$42 = 18 + Ep_{,2} \;\Big\}\; Ep_{,2} = 42 - 18 = 24 \text{ J}$$

b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese de 6 J podrían estar ocurriendo dos cosas:

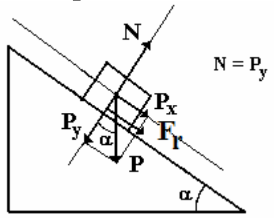
- Que la pérdida de energía mecánica sea debida a la intervención de fuerzas no conservativas que realizan un trabajo. La energía iría a parar a otro cuerpo o se disiparía en forma de calor. El trabajo realizado equivale a la variación de energía mecánica:

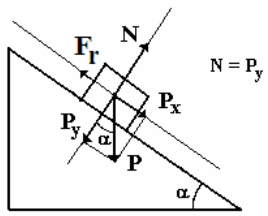
$$W_{no\ con} = \Delta E_m = (18 + 6) - 42 = -18 \text{ J}$$

- Que actúen otras fuerzas conservativas, de forma que los 18 J se habrían almacenado como otro tipo de energía potencial (elástica, eléctrica...).

6.- (Junio 2010) Por un plano inclinado que forma 30º con la horizontal, se lanza hacia arriba un bloque con 10 kg de masa con una velocidad inicial de 5 m·s^{-1}. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con una cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre plano y bloque es 0'1.
a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque comente el signo del resultad. g = 10 m·s^{-2}
Datos: $m = 10$ kg, $\alpha = 30º$, $v_I = 5$ m/s, $\mu = 0'1$

Las fuerzas que actúan son: peso, normal y rozamiento. Pero para resolver el problema es interesante descomponer el peso en sus componentes P_x y P_y.





$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = 10 \cdot 10 \cdot \text{sen}\ 30º = 50$ N
$P_y = N = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 10 \cdot 10 \cdot \cos 30º = 86'6$ N
$Fr = \mu \cdot N = 0'1 \cdot 86'6 = 8'66$ N

Siempre se cumple el principio de conservación de la energía que es un principio universal. La energía total se conserva, pero se pueden producir transformaciones de unas formas de energía a otras. En este caso, se disipa una parte de la energía en forma de calor, como consecuencia del rozamiento entre el plano y la caja. El resultado es que la energía mecánica de ésta disminuye.

b) Puesto que el rozamiento es una fuerza no conservativa, se cumplirá que: $E_{mF} = E_{mI} + W_{no\ con}$

Llamando Δr al desplazamiento desde la base del plano hasta el punto más elevado que alcanza el bloque, podemos escribir: $Ep_F = Ec_I + W_R$

$$\left.\begin{array}{l} m \cdot g \cdot h = 0'5 \cdot m \,.\, v_I^2 + F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180º \\ 10 \cdot 10 \cdot h = 0'5 \cdot 10 \cdot 5^2 + 8'66 \cdot \Delta r \cdot \cos 180º \end{array}\right\} \begin{array}{l} 100 \cdot h = 125 + 86'6 \cdot \Delta r \cdot (-1) \\ 100 \cdot \Delta r \cdot \text{sen}\ 30 = 125 - 8'66 \cdot \Delta r \end{array}$$

Agrupando términos se puede averiguar la distancia que la caja ascenderá y luego descenderá:

$$\left.\begin{array}{l} 50 \cdot \Delta r + 8'66 \cdot \Delta r = 125 \\ 58'66 \cdot \Delta r = 125 \end{array}\right\} \qquad \Delta r = \frac{125}{58'66} = 2'13 \text{ m}$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{roz} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180º = -F_R \cdot \Delta r = -8'66 \cdot 2'13 = -18'5$ J

7.- (Junio 2011) a) Conservación de la energía mecánica.
b) Se lanza hacia arriba por un plano inclinado un bloque una velocidad v_0. Razone como varían su energía cinética, potencial y mecánica cuando el cuerpo sube y después baja hasta la posición de partida. Considere los casos: 1) que no haya rozamiento. 2) que lo haya.

a) Ver ejercicio 4 a)

b) Si se toma como nivel cero de energía potencial gravitatoria el principio del plano inclinado, inicialmente la energía mecánica del cuerpo será únicamente cinética.

1) Plano sin rozamiento:
Solo actúan sobre el cuerpo el peso, que es una fuerza conservativa y la normal, que es no conservativa pero no realiza trabajo ya que es perpendicular al desplazamiento en todo momento. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$\Delta E_m = W_{no\ con} = 0$ (no hay fuerzas conservativas que realicen trabajo) $\rightarrow E_m = cte \rightarrow \Delta Ec = -\Delta Ep$.

En la subida por la rampa aumenta la energía potencial gravitatoria al tiempo que disminuye la energía cinética. Cuando llega a su punto más alto, la energía cinética es cero y la energía potencial gravitatoria es máxima y coincide con la energía cinética inicial.

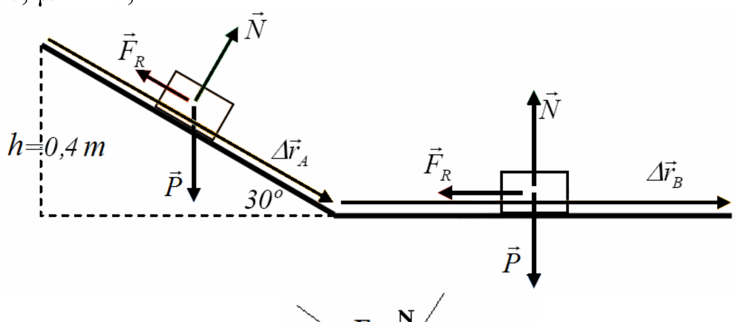
Durante el movimiento de caída vuelve a producirse una transformación de energía potencial gravitatoria, que disminuye, en energía cinética, que aumenta hasta hacerse igual a la energía cinética que tenía al principio.

2) Plano con rozamiento: Además de las dos fuerzas antes indicada, ahora actúa la fuerza de rozamiento que se opone al desplazamiento, tanto a la subida como a la bajada. Se trata de una fuerza no conservativa que hace disminuir la energía mecánica, disipándose parte de ésta, en forma de calor, al medio ambiente. De este modo, en la subida, la energía cinética disminuye y la potencial aumenta pero debido a la disipación de energía por el rozamiento, la altura que alcanza es inferior a la que alcanzaría sin rozamiento.

Durante la bajada se vuelve a producir una transformación de la energía potencial en cinética. Nuevamente la disipación de energía al medio ambiente hace que la energía cinética (y por tanto la velocidad) con la que vuelve a llegar abajo es inferior a la de partida.

8.- (Junio 2012) Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de 30º con la horizontal, desde una altura de 0'4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0'3.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?
b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado. g = 10 m s^{-2}.
Datos: Datos: m = 5 kg, α = 30º, v_I = 0 m/s, μ = 0'3, h = 0'4 m

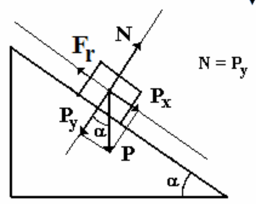
a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



Peso: P = m · g = 5 · 10 = 50 N.

Normal:

- En el plano inclinado: N = P_y = m · g · cos α = 43'3 N
- En la superficie horizontal: N = P = 50 N



Fuerza de rozamiento dinámica:

- En el plano inclinado: $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'3 \cdot 43'3$ N = 12'99 N
- En la superficie horizontal: $F_R = \mu \cdot N = 0'3 \cdot 50$ N = 15 N

Para calcular la distancia que recorre por la superficie horizontal hasta detenerse, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que actúa una fuerza no conservativa, el rozamiento, que realiza trabajo (la normal es no conservativa también, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento). Por lo tanto, la energía mecánica cambiará y su variación será igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = W_{no\ con} = W_{Fr} + W_N \Rightarrow E_{M2} - E_{M1} = W_{Fr}$

Como: $E_M = Ec + Ep_g$ (origen de Ep_g en la parte baja del plano, h = 0 m)

- Situación inicial: bloque, en reposo, en la parte alta del plano inclinado (h = 0,4 m).

La energía mecánica será: $E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} = 0 + m \cdot g \cdot h_1 = 5 \cdot 10 \cdot 0'4 = 20$ J

- Situación final: bloque ya detenido, después de recorrer una distancia x por la superficie horizontal (h = 0 m).

La energía mecánica será: $E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = 0 + m \cdot g \cdot h_2 = 0$ J

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento se calcula en dos partes:

Plano inclinado (A): $W_{Fr,A} = F_r \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12'99 \cdot 0'8 \cdot \cos 180º = -10'39$ J

Plano horizontal (B): $W_{Fr,B} = F_r \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 15 \cdot x \cdot \cos 180º = -15 \cdot x$ J

En total: $E_{M2} - E_{M1} = W_{Fr}$ $\}$ $0 - 20 = -10'39 - 15 \cdot x$

x = 0'64 m recorre por la superficie horizontal hasta detenerse.

b) Dividimos el desplazamiento en dos tramos: el inclinado y el horizontal.

En cada tramo, las fuerzas aplicadas se mantienen constantes durante ese desplazamiento. Por lo tanto, Se puede aplicar la expresión: $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$

En el tramo inclinado: $\Delta r = h/\text{sen}30º = 0'8$ m

$W_P = P \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 50 \cdot 0'8 \cdot \cos 60º = 20$ J

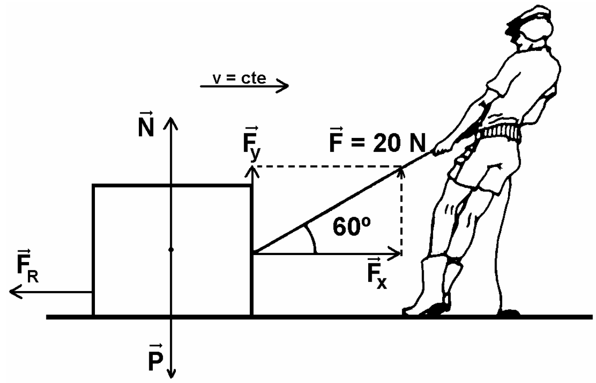
$W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 43'3 \cdot 0'8 \cdot \cos 90º = 0$ J

$W_{Fr} = F_r \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12'99 \cdot 0'8 \cdot \cos 180º = 10'39$ J

Trabajo total: $W_P + W_N + W_{Fr} = 20$ J + 0 – 10'39 J = 9'61 J

9.- (Junio 2013) Un bloque de 5 kg se desliza con una velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60º sobre la horizontal.
a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido.
Datos: m = 5 kg, g = 9'8 m/s^2 Como v = cte $\Rightarrow$ a = 0, F = 20 N

a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



F = 20 N
$F_x = F \cdot \cos 60º = 20 \cdot \cos 60º = 10$ N
$F_y = F \cdot \text{sen } 60º = 20 \cdot \text{sen } 60º = 17'32$ N
$P = m \cdot g = 5 \cdot 9'8 = 49$ N

Como no hay aceleración ni en el eje X ni en el eje Y $\Rightarrow \sum F = m \cdot a = 0$

- En el eje Y: $P = N + F_y \Rightarrow$ **N** $= P - F_y = 49 - 17'32 =$ **31'68 N**

- En el eje X: $F_x = F_r \Rightarrow$ **F_r = 10 N**

Para calcular el coeficiente de rozamiento: $F_r = \mu \cdot N$

$10 = \mu \cdot 31'68 \Rightarrow \mu = \dfrac{10}{31'68} =$ **0'316**

b) El trabajo total será la suma del trabajo realizado por todas las fuerzas para producir un desplazamiento, $\Delta r = 2$ m: $W_{total} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}$

El trabajo realizado por la fuerza F: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 60º = 20 \cdot 2 \cdot \cos 60º = 20$ J
El trabajo realizado por la fuerza peso: $W_P = P \cdot \Delta r \cdot \cos 90º = 0$ J
El trabajo realizado por la fuerza normal: $W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos 90º = 0$ J
El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento: $W_R = F_r \cdot \Delta r \cdot \cos 180º = 10 \cdot 2 \cdot \cos 180º = -20$ J

$W_{total} = 20 - 20 = 0$ J

El resultado es lógico, ya que, de acuerdo con el principio de inercia (1ª ley de Newton) cuando un cuerpo se mueve con velocidad constante (no hay aceleración) la suma de las fuerzas aplicadas sobre él tiene que ser cero.

Si la suma de las fuerzas aplicadas es cero, de acuerdo con esta fórmula: $W_{total} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}$, el trabajo total tiene que ser cero.