

## Problemas de dinámica de traslación.

1.- Un ascensor, que transporta un pasajero de masa  $m = 72 \text{ kg}$ , se mueve con una velocidad constante y al arrancar o detenerse lo hace con una aceleración de  $1'8 \text{ m/s}^2$ . Calcula la fuerza que ejerce el piso del ascensor sobre el pasajero, en los siguientes casos: a) El ascensor está parado. B) El ascensor arranca para subir. c) El ascensor arranca para bajar. d) El ascensor se mueve con velocidad constante. e) El ascensor frena y se detiene en la subida.

Datos:  $m = 72 \text{ kg}$   $a = 1'8 \text{ m/s}^2$

a) Sobre el pasajero actúan dos fuerzas: su peso,  $P$ , y la normal,  $N$ . Al estar  $P$  y  $N$  en la misma dirección se puede utilizar solo el módulo. De acuerdo con el segundo principio:  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Como está parado la aceleración es cero.

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g = 72 \cdot 9'8 = 705'6 \text{ N}$$

b) En este caso hay aceleración y  $a$  tiene el mismo sentido que  $N$ , hacia arriba y positiva.

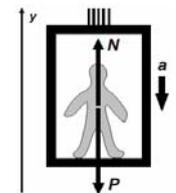
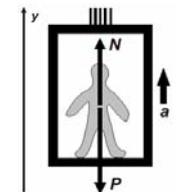
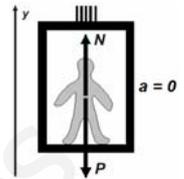
$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N = m \cdot a + P = m \cdot a + m \cdot g = 72 \cdot 1'8 + 72 \cdot 9'8 = 835'2 \text{ N}$$

c) En este caso  $a$  tiene sentido opuesto a  $N$ , hacia abajo y negativa.

$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N = m \cdot a + m \cdot g = 72 \cdot (-1'8) + 72 \cdot 9'8 = 576 \text{ N}$$

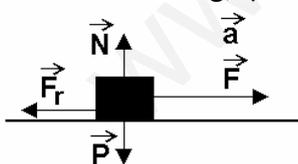
d) En este caso la aceleración es cero. El resultado es el mismo del caso a).  $N = 705'6 \text{ N}$

e) Al frenar,  $a$  tiene sentido contrario al movimiento, hacia abajo y negativa como en el caso c).  $N = 576 \text{ N}$



2.- Un cuerpo de  $5 \text{ kg}$  de masa descansa sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es  $0'4$  y el dinámico  $0'1$ . Con estos datos calcula: a) la fuerza mínima para iniciar el movimiento. b) La fuerza necesaria para que una vez iniciado el movimiento se mantenga con velocidad constante. c) La aceleración del cuerpo al aplicar una fuerza de  $15 \text{ N}$ .

Datos:  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $\mu_e = 0'4$ ,  $\mu_d = 0'1$



a)  $\sum \vec{F}_y = 0$ , antes de empezar el movimiento:  $\sum \vec{F}_x = 0$

La fuerza necesaria para empezar a moverse:

$$F = F_r = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot m \cdot g = 0'4 \cdot 5 \cdot 9'8 = 19'6 \text{ N}$$

b)  $v = \text{cte}$ ,  $a = 0$

La fuerza para que se mantenga con velocidad constante:

$$F = F_r = \mu_d \cdot N = \mu_d \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 5 \cdot 9'8 = 4'9 \text{ N}$$
 Se necesita menos fuerza.

c)  $F = 15 \text{ N}$

$$F - F_r = m \cdot a$$

$$F - \mu_d \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

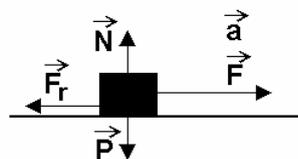
$$15 - 4'9 = 5 \cdot a$$

$$10'1 = 5 \cdot a$$

$$a = \frac{10'1}{5} = 2'02 \text{ m/s}^2$$

3.- Un bloque que pesa 10 kg parte del reposo y adquiere una velocidad de 12 m/s en una distancia horizontal de 36 m. El coeficiente de rozamiento dinámico es 0'25 y el cuerpo lleva movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. ¿Cuál es el valor más pequeño que puede tener la fuerza horizontal F que hay que aplicar para ocurra esto?

Datos:  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $v_i = 0$ ,  $v_f = 12 \text{ m/s}$ ,  $\Delta x = 36 \text{ m}$ ,  $\mu_d = 0'25$



$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= v_i \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v_f &= v_i + a \Delta t \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 36 &= 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ 12 &= 0 + a \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 36 &= 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ 12 &= a \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} a = \frac{12}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{aligned} 36 &= 0'5 \cdot \frac{12}{\Delta t} \cdot \Delta t^2 \\ 36 &= 6 \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Delta t = \frac{36}{6} = 6 \text{ s} \left\} a = \frac{12}{6} = 2 \text{ m/s}^2$$

b)  $\sum \vec{F}_x = m \cdot a$

$F - F_r = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + F_r = m \cdot a + \mu_d \cdot m \cdot g = 10 \cdot 2 + 0'25 \cdot 10 \cdot 9'8 = 20 + 24'5 = 44'5 \text{ N}$

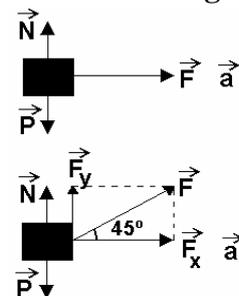
4.- Un bloque de masa  $m = 8 \text{ kg}$  se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Al actuar sobre él una fuerza constante le comunica una aceleración de  $6'5 \text{ m/s}^2$ . Calcula el valor de la fuerza: a) si es paralela a la superficie. b) Si forma un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal.

Datos:  $m = 8 \text{ kg}$ ,  $a = 6'5 \text{ m/s}^2$

a)  $F = m \cdot a = 8 \cdot 6'5 = 52 \text{ N}$

b)  $F_x = F \cdot \cos \alpha = m \cdot a$   
 $F \cdot \cos 45 = 8 \cdot 6'5$

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cdot \cos \alpha = m \cdot a \\ F \cdot \cos 45 &= 8 \cdot 6'5 \end{aligned} \right\} F = \frac{8 \cdot 6'5}{\cos 45} = \frac{52}{0'707} = 73'5 \text{ N}$$



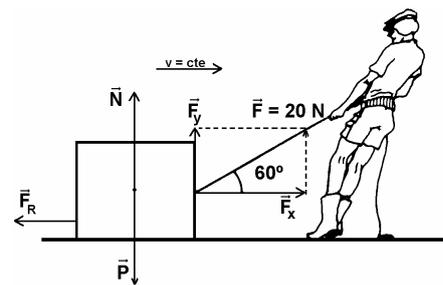
5.- Un bloque de 5 kg se desliza con una velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  sobre la horizontal.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, b) Indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.

Datos:  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $g = 9'8 \text{ m/s}^2$  Como  $v = \text{cte} \Rightarrow a = 0$

a)  $F = 20 \text{ N}$

$F_x = F \cdot \cos 60^\circ = 20 \cdot \cos 60^\circ = 10 \text{ N}$   
 $F_y = F \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot \sin 60^\circ = 17'32 \text{ N}$   
 $P = m \cdot g = 5 \cdot 9'8 = 49 \text{ N}$



Como no hay aceleración ni en el eje X ni en el eje Y  $\Rightarrow$

$\sum F = m \cdot a = 0$

• En el eje Y:  $P = N + F_y \Rightarrow N = P - F_y = 49 - 17'32 = 31'68 \text{ N}$

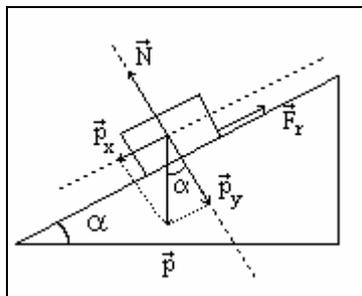
• En el eje X:  $F_x = F_r \Rightarrow F_r = 10 \text{ N}$

Para calcular el coeficiente de rozamiento:  $F_r = \mu \cdot N$

$10 = \mu \cdot 31'68 \Rightarrow \mu = \frac{10}{31'68} = 0'316$

6.- Una caja de 20 kg se coloca sobre un plano inclinado  $30^\circ$  con la horizontal. El coeficiente de rozamiento al deslizamiento entre la caja y el plano inclinado es  $0'30$ . Encuéntrese la aceleración con la que desciende la caja por el plano inclinado.

Datos:  $m = 20 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = 0'30$



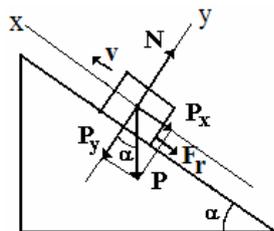
En el eje y:  $N = P_y = P \cdot \cos 30 = m \cdot g \cdot \cos 30$

En el eje x:  $P_x - F_r = m \cdot a$

$$\left. \begin{aligned} P \cdot \sin 30 - \mu \cdot P \cdot \cos 30 &= m \cdot a \\ m \cdot g \cdot \sin 30 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30 &= m \cdot a \\ 20 \cdot 9'8 \cdot \sin 30 - 0'3 \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot \cos 30 &= 20 \cdot a \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 98 - 50'9 &= 20 \cdot a \\ 47'1 &= 20 \cdot a \\ a &= \frac{47'1}{20} = 2'4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

7.- A lo largo de un plano inclinado  $30^\circ$  sobre la horizontal se lanza hacia arriba un cuerpo de masa 20 kg, con una velocidad de  $12'4 \text{ m/s}$ . El coeficiente de rozamiento cinético del cuerpo con el plano es  $\mu = 0'39$ . Calcula: a) El módulo de la fuerza de rozamiento. b) La aceleración del cuerpo. c) El tiempo que tarda en detenerse y la distancia que recorre hasta pararse.

Datos:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m = 20 \text{ kg}$ ,  $v_i = 12'4 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 0$ ,  $\mu_c = 0'39$



a) Eje y:  $N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

$$F_r = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0'39 \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot \cos 30 = 66'2 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{b) Eje x: } -F_r - P_x &= -F_r - m \cdot g \cdot \sin 30 = m \cdot a \\ -66'2 - 20 \cdot 9'8 \cdot \sin 30 &= 20 \cdot a \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -66'2 - 98 &= 20 \cdot a \\ a &= \frac{-164'2}{20} = -8'2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{c) } v_f &= v_i + a \Delta t \\ 0 &= 12'4 - 8'2 \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Delta t = \frac{-12'4}{-8'2} = 1'5 \text{ s}$$

$$\Delta x = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 = 12'4 \cdot 1'5 + 0'5 \cdot (-8'2) \cdot 1'5^2 = 18'6 - 9'2 = 9'4 \text{ m}$$

8.- Un cuerpo de 100 kg que está sujeto por un muelle de constante elástica  $k = 4500 \text{ N/m}$ , está en reposo en un plano inclinado  $25^\circ$ . Si el rozamiento es despreciable, calcula el valor de la normal y la elongación del muelle.

Datos:  $m = 100 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 25^\circ$ ,  $k = 4500 \text{ N/m}$

Como el cuerpo está en reposo,  $\sum \vec{F} = 0$

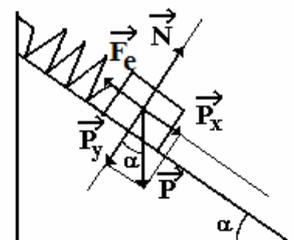
En el eje Y:

$$N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 25 = 888'2 \text{ N}$$

En el eje X:

$$F_e = P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \sin 25 = 414'2 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} F_e &= k \cdot \Delta r \\ 414'2 &= 4500 \cdot \Delta r \end{aligned} \right\} \Delta r = \frac{414'5}{4500} = 0'09 \text{ m}$$



**9.- Un bloque de 15 kg descansa sobre un plano inclinado 30°, sujeto por un muelle. En la posición de equilibrio el muelle está alargado 3 cm. Si no hay rozamiento, a) Halla la constante del muelle. b) si se tira del bloque haciendo que se deslice 2 cm hacia abajo, a lo largo del plano inclinado y luego se suelta, ¿cuál será su aceleración inicial?**

Datos:  $m = 15 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\Delta r = 3 \text{ cm} = 0'03 \text{ m}$

$$a) F_e = P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 15 \cdot 9'8 \cdot \sin 30 = 73'5 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_e = k \cdot \Delta r \\ 73'5 = k \cdot 0'003 \end{array} \right\} k = \frac{73'5}{0'03} = 2450 \text{ N/m}$$

$$b) F_e = 2450 \cdot 0'05 = 122'5 \text{ N} \quad \left. \begin{array}{l} F_e - P_x = m \cdot a \\ \sum \vec{F} = m \cdot a \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 122'5 - 73'5 = 15 \cdot a \\ 49 = 15 \cdot a \\ a = \frac{49}{15} = 3'27 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

**10.- a) Cuánto se tiene que comprimir un muelle, de  $k = 8000 \text{ N/m}$ , sobre el que está apoyado un objeto de masa  $m = 35 \text{ kg}$ , situando sobre un plano inclinado de 45°, para que el sistema esté en equilibrio (se considera despreciable el rozamiento). b) Si se empuja el cuerpo hacia abajo y se comprime el muelle 1 cm más y se suelta ¿Cuánto vale la aceleración inicial?**

Datos:  $m = 35 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $k = 8000 \text{ N/m}$

$$a) \sum \vec{F} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} F_e = P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 35 \cdot 9'8 \cdot \sin 45 = 242'5 \text{ N} \\ F_e = k \cdot \Delta r = 8000 \cdot \Delta r = 242'5 \end{array} \right\} \Delta r = \frac{242'5}{8000} = 0'03 \text{ m}$$

$$b) \sum \vec{F} = m \cdot a \quad \left. \begin{array}{l} 80 = 35 \cdot a \\ F_e = k \cdot \Delta r = 8000 \cdot 0'01 = 80 \text{ N} \end{array} \right\} a = \frac{80}{35} = 2'29 \text{ m/s}^2$$

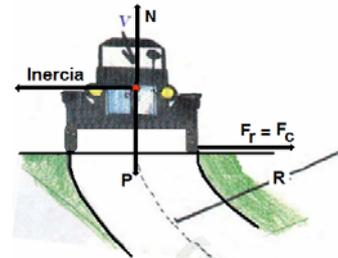
## Problemas de dinámica de rotación

**1.- Un automóvil que pesa 1600 kg recorre una curva en forma de circunferencia de radio 450 m, con velocidad de 48 km/h. Suponiendo que la curva no tiene peralte, ¿cuál debe ser la fuerza ejercida por las ruedas sobre la carretera para mantener el movimiento sobre la curva?**

Datos:  $m = 1600 \text{ kg}$ ,  $R = 450 \text{ m}$ ,  $v = 48 \text{ km/h} = 13'3 \text{ m/s}$

En el eje  $y$  :  $P = N$

$$\text{En eje } x: F_c = m \cdot a_n = m \frac{v^2}{R} = \frac{1600 \cdot 13'3^2}{450} = 628'9 \text{ N}$$



**2.- Un automóvil de 2000 kg toma una curva plana de 100 m de radio a la velocidad de 90 km/h. Calcula: a) Fuerza de rozamiento que debe existir entre los neumáticos y la carretera para que el vehículo no vuelque. b) Velocidad máxima con que el automóvil puede tomar la curva sin derrapar, si el coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es  $\mu_e = 0'2$ .**

Datos:  $m = 2000 \text{ kg}$ ,  $R = 100 \text{ m}$ ,  $v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ ,  $\mu_e = 0'2$

$$\text{a) } F_r = F_c = m \cdot a_n = m \frac{v^2}{R} = \frac{2000 \cdot 25^2}{100} = 12.500 \text{ N}$$

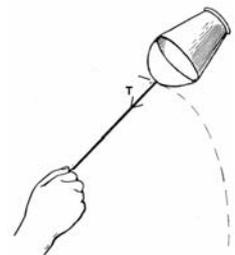
$$\text{b) } \left. \begin{aligned} F_r &= \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot m \cdot g = F_c = m \cdot a_n = m \frac{v^2}{R} \\ 0'2 \cdot 2000 \cdot 9'8 &= \frac{2000 \cdot v^2}{100} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 3920 &= 20 \cdot v^2 \\ v &= \sqrt{\frac{3920}{20}} = \sqrt{196} = 14 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Velocidad máxima con que se puede tomar la curva sin derrapar.

**3.- Se hace girar, en el plano vertical, un cubo, que contiene agua, atado a una cuerda de 1'5 m de longitud. ¿Qué velocidad tiene que tener el cubo para que no se caiga el agua cuando esté boca abajo?**

Datos:  $R = 1'5 \text{ m}$

La inercia tiende a sacar el cubo de la órbita de giro y mantiene el agua pegada al fondo del cubo. Lo que impide que el cubo escape es la tensión de la cuerda que es igual a la fuerza centrípeta.



Para que el agua no caiga la fuerza centrípeta debe ser, como mínimo, igual a peso del agua:

$$\left. \begin{aligned} T = F_c = P \\ \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{v^2}{R} &= g \\ v &= \sqrt{g \cdot R} = \sqrt{9'8 \cdot 1'5} = \sqrt{14'7} = 3'8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

4.- Se ata una bola al extremo de una cuerda de 50 cm de longitud y se hace girar en el aire con una velocidad constante en módulo. Si la cuerda forma un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical, calcula el módulo de la velocidad de la bola y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa.

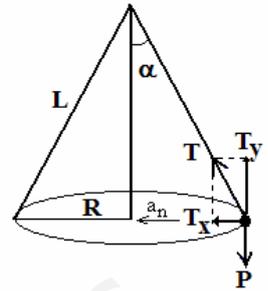
Datos:  $L = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

Para averiguar el radio de giro:  $\text{sen } \alpha = \frac{R}{L}$

$$R = L \cdot \text{sen } \alpha = 0.5 \cdot \text{sen } 30 = 0.25 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{En eje Y: } \sum \vec{F} = 0 \\ P = m \cdot g = T_y = T \cdot \cos \alpha \end{array} \right\} T = \frac{m \cdot g}{\cos 30} = \frac{m \cdot 9.8}{0.866}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{En el eje X: } F_c = T_x \\ \frac{m \cdot v^2}{R} = T \cdot \text{sen } \alpha \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{m \cdot v^2}{0.25} = T \cdot 0.5 \\ \frac{m \cdot v^2}{0.25} = \frac{m \cdot 9.8}{0.866} \cdot 0.5 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{v^2}{0.25} = \frac{9.8}{0.866} \cdot 0.5 = 5.66 \\ v^2 = 56.6 \cdot 0.25 = 1.42 \end{array} \right\} v = \sqrt{1.42} = 1.2 \text{ m/s}$$



5.- Un rueda tiene un momento de inercia de  $10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  y gira a razón de  $40 \text{ r.p.m.}$  Se le aplica una fuerza tangencial, constante y se para en  $30 \text{ s.}$  Determina: a) El valor del momento de la fuerza aplicada. b) Aceleración angular del frenado. c) Número de vueltas que da la rueda desde que se aplica la fuerza hasta que se para.

Datos:  $I = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $\Delta t = 30 \text{ s}$ ,  $\omega_F = 0$ ,  $\omega_1 = 40 \text{ rpm} = 40 \cdot \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 4.19 \text{ rad/s}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) y b) } \omega_F = \omega_1 + \alpha \Delta t \\ \sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 0 = 4.19 + \alpha \cdot 30 \\ \alpha = \frac{0 - 4.19}{30} = -0.14 \text{ rad/s}^2 \end{array} \right\} \sum \vec{M} = 10 \cdot 0.14 = 1.4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{c) } \Delta \varphi = \omega_1 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$$

$$\Delta \varphi = 4.19 \cdot 30 + 0.5 \cdot (-0.14) \cdot 30^2 = 125.7 - 63 = 62.7 \text{ rad}$$

$$\text{N}^\circ \text{ vueltas} = \frac{62.7}{2 \cdot \pi} = 9.98 = 10 \text{ vueltas.}$$

6.- Un punto material de masa  $4 \text{ kg}$ , describe una circunferencia de  $60 \text{ cm}$  de radio con movimiento circular uniformemente variado pasando su velocidad angular de  $10 \text{ rad/s}$  a  $40 \text{ rad/s}$  en  $4 \text{ s.}$  a) ¿Cuál es el momento de la fuerza aplicada tangencialmente respecto al centro de la circunferencia. b) ¿Cuál es el momento angular del punto material respecto al centro de la circunferencia al cabo de los  $4 \text{ s?}$

Datos:  $m = 4 \text{ kg}$ ,  $R = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 4 \text{ s}$ ,  $\omega_F = 40 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \omega_F = \omega_1 + \alpha \Delta t \\ 40 = 10 + \alpha \cdot 4 \end{array} \right\} \alpha = \frac{40 - 10}{4} = 7.5 \text{ rad/s}^2$$

$$I = m \cdot r^2 = 4 \cdot 0.6^2 = 1.44 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} = 1.44 \cdot 7.5 = 10.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{b) } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = 1.44 \cdot 40 = 57.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

**7.- Una partícula de masa 3 kg, se mueve con movimiento circular describiendo una circunferencia de 80 cm de radio y varía su velocidad de 3 m/s a 9 m/s bajo la acción de una fuerza tangencial de módulo constante. Hallar: a) El momento de la fuerza tangencial aplicada respecto al centro de la circunferencia, b) la variación del momento angular de la partícula respecto al centro de la circunferencia en los 3 s que actúa la fuerza tangencial, c) comprobar la relación entre el momento y la variación del momento angular.**

Datos:  $m = 3 \text{ kg}$ ,  $R = 80 \text{ cm} = 0'8 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 3 \text{ s}$ ,  $v_i = 3 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 9 \text{ m/s}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } v_f = v_i + a \Delta t \\ 9 = 3 + a \cdot 3 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} a = \frac{9-3}{3} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a = \alpha \cdot R \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2 = \alpha \cdot 0'8 \\ \alpha = \frac{2}{0'8} = 2'5 \text{ rad/s}^2 \end{array} \right\}$$

$$I = m \cdot r^2 = 3 \cdot 0'8^2 = 1'92 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow \sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} = 1'92 \cdot 2'5 = 4'8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{b) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = r \cdot m \cdot v \left\{ \begin{array}{l} L_i = 0'8 \cdot 3 \cdot 3 = 7'2 \\ L_f = 0'8 \cdot 3 \cdot 9 = 21'6 \end{array} \right\} \Delta L = 21'6 - 7'2 = 14'4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

c)  $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{14'4}{3} = 4'8 \text{ N} \cdot \text{m}$  Comprobado. La variación del momento angular es igual al momento de la fuerza.

**8.- Un volante cuya masa es de 5 kg y está concentrada en la periferia tiene un radio de 1 m y gira 1000 vueltas  $\cdot \text{s}^{-1}$ . Hallar el momento mínimo del par de fuerzas constantes que hay que aplicar para conseguir que se pare en 2 s.**

Datos:  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $r = 1 \text{ m}$ ,  $\omega_f = 0$ ,  $\omega_i = 1000 \text{ vueltas/s} = 6280 \text{ rad/s}$ ,  $\Delta t = 2 \text{ s}$

Si la masa del volante está concentrada en la periferia, se puede considerar como un aro y su momento de inercia:

$$I = m \cdot r^2 = 5 \cdot 1^2 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \omega_f = \omega_i + \alpha \Delta t \\ 0 = 6280 + \alpha \cdot 2 \end{array} \right\} \alpha = \frac{0-6280}{2} = -3140 \text{ rad/s}^2$$

Aplicando el principio fundamental de la Dinámica:  $\sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} = 5 \cdot (-3140) = 15700 \text{ N} \cdot \text{m}$

**9.- Una persona está sobre una plataforma horizontal que puede girar sin rozamiento y mantiene, cogida por un eje, una rueda de bicicleta a la que hace girar en un plano horizontal. a) Explica la ley que rige el movimiento de la plataforma. b) Siendo el momento de inercia de la rueda  $I_1 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , el del conjunto formado por la plataforma y la persona  $I_2 = 300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  y la velocidad que hace girar a la rueda 4 r.p.s calcula la velocidad de giro de la plataforma.**

Datos:  $I_{\text{rueda}} = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_{\text{plataforma+persona}} = 300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $\omega_{\text{rueda}} = 4 \text{ rps} = 25'12 \text{ rad/s}$

a) Como sobre el sistema persona+plataforma+rueda no actúa ninguna fuerza externa, el momento resultante será cero, permaneciendo constante el momento angular. Por tanto la ley que rige el movimiento será:  $\vec{L} = \text{cte}$

$$\text{b) Si, inicialmente el momento angular es cero, se cumple que:}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{\text{rueda}} \cdot \omega_{\text{rueda}} + I_{\text{plataforma+persona}} \cdot \omega_{\text{plataforma+persona}} = 0 \\ 3 \cdot 25'12 + 300 \cdot \omega_{\text{plataforma+persona}} = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 75'36 + 300 \cdot \omega_{\text{plataforma+persona}} = 0 \\ \omega_{\text{plataforma+persona}} = \frac{-75'36}{300} = -0'25 \text{ rad/s} \end{array} \right\}$$

El signo menos indica que la plataforma gira en sentido contrario al de la rueda.