Problemas de la Unidad 2

1.- Las ecuaciones paramétricas del vector de posición de un móvil son: x = 2t + 5, y = 3t – 2. a) ¿Qué trayectoria describe el punto? b) ¿Cuál será el valor del vector de posición en los instantes t = 2 s y t = 4 s? c) ¿Cuánto valdrá el vector desplazamiento desde el punto A (t = 2 s) hasta el punto B (t = 4 s). d) Halla el módulo del vector desplazamiento.

Datos: $\vec{r} = (2t+5)\vec{i} + (3t-2)\vec{j}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2t+5 \\ y = 3t-2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} t = \dfrac{x-5}{2} \\ y = 3\cdot\dfrac{x-5}{2} - 2 = \dfrac{3x-15}{2} - \dfrac{4}{2} = \dfrac{3x}{2} - \dfrac{19}{2} \end{array}$ Ecuación de la trayectoria

b) Posición a t = 2 s: $\vec{r}_2 = (2\cdot 2+5)\vec{i} + (3\cdot 2-2)\vec{j} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$ m

Posición a t = 4 s: $\vec{r}_4 = (2\cdot 4+5)\vec{i} + (3\cdot 4-2)\vec{j} = 13\vec{i} + 10\vec{j}$ m

c) Desplazamiento: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_I = (13\vec{i} + 10\vec{j}) - (9\vec{i} + 4\vec{j}) = 4\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$ m

$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 7'2$ m

2.- Para el movimiento de ecuación: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - (6t^2+3)\vec{j}$ a) ¿Cuál es la trayectoria? b) ¿De qué tipo de movimiento se trata? c) ¿Cuál será el valor del vector de posición a t = 0 s y t = 2 s? d) ¿Cuánto valdrá el vector desplazamiento desde (t = 0 s) hasta t = 2 s. e) Halla el módulo del vector desplazamiento.

Datos: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - (6t^2+3)\vec{j}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 3t^2 \\ y = -(6t^2+3) \end{array}\right\} \begin{array}{l} t^2 = \dfrac{x}{3} \\ y = -\left(6\cdot\dfrac{x}{3}\right) + 3 = 2x + 3 \end{array}$ Ecuación de la trayectoria: y = 2x + 3

b) Es un movimiento rectilíneo porque la ecuación de la trayectoria es la ecuación de una recta.

c) Posición a t = 0 s: $\vec{r}_0 = 3\cdot 0^2\,\vec{i} - (6\cdot 0^2 + 3)\vec{j} = 0\vec{i} - 3\vec{j} = -3\,\vec{j}$ m

Posición a t = 3 s: $\vec{r}_0 = 3\cdot 2^2\,\vec{i} - (6\cdot 2^2 + 3)\vec{j} = 12\vec{i} - 27\vec{j}$ m

d) Desplazamiento: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_I = (12\vec{i} - 27\vec{j}) - (-3\,\vec{j}) = 12\,\vec{i} - 24\,\vec{j}$ m

e) $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{12^2 + (-24)^2} = \sqrt{720} = 26'8$ m

3.- Dado un movimiento expresado por la ecuación: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - 6t\vec{j}$ determina: a) Vector velocidad media en los cuatro primeros segundos. b) Vector velocidad instantánea para t = 5s. c) Celeridad para el momento t = 5s.

Datos: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - 6t\vec{j}$

Posición a t = 0 s: $\vec{r}_0 = 3\cdot 0^2\,\vec{i} - 6\cdot 0\vec{j} = 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j}$ m

Posición a t = 4 s: $\vec{r}_4 = 3\cdot 4^2\,\vec{i} - 6\cdot 4\vec{j} = 48\vec{i} - 24\vec{j}$ m

a) La velocidad media: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{(48\vec{i} - 24\vec{j}) - (0\vec{i} - \vec{0})}{4-0} = \dfrac{48\vec{i} - 24\vec{j}}{4} = 12\vec{i} - 6\vec{j}$ m/s

b) La velocidad instantánea: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 6t\,\vec{i}$ - $6\,\vec{j}$ m/s

La velocidad instantánea a t = 5: $\vec{v} = 6\cdot 5\,\vec{i} - 6\,\vec{j} = 30\,\vec{i}$ - $6\,\vec{j}$ m/s

c) La celeridad: $|\vec{v}| = \sqrt{30^2 + (-6)^2} = \sqrt{936} = 30'6$ m/s

4.- Dado un movimiento expresado por la ecuación: $\vec{r} = 2t\vec{i} + 2\vec{j}$ determina: a) Vector velocidad media entre t = 2 s y t =4 s. b) Vector velocidad instantánea para t = 3s. c) Celeridad para el momento t = 3 s.

Datos: $\vec{r} = 2t\vec{i} + 2\vec{j}$

Posición a t = 2 s: $\vec{r}_2 = 2\cdot 2\vec{i} + 2\vec{j} = 4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ m

Posición a t = 4 s: $\vec{r}_4 = 2\cdot 4\vec{i} + 2\vec{j} = 8\vec{i} + 2\vec{j}$ m

a) La velocidad media: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{(8\vec{i} + 2\vec{j}) - (4\vec{i} + 2\vec{j})}{4-2} = \dfrac{4\vec{i} + 0\vec{j}}{2} = 2\vec{i}$ m/s

b) La velocidad instantánea: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\,\vec{i}$ m/s

La velocidad instantánea a t = 3 s: $\vec{v} = 2\,\vec{i}$ m/s

c) La celeridad: $|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2$ m/s

5.- Para el movimiento representado por la ecuación: $\vec{r} = 5t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, determina: a) Vector aceleración media en los tres primeros segundos. b) Aceleración instantánea para t = 3s. c) Módulo de la aceleración instantánea para t = 3s.

Datos: $\vec{r} = 5t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$

El vector velocidad: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 15t^2\,\vec{i} + 6\,t\,\vec{j}$ m/s

a) Velocidad a t = 0 s: $\vec{v}_0 = 15\cdot 0^2\vec{i} + 6\cdot 0\vec{j} = 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j}$ m/s

Velocidad a t = 3 s: $\vec{v}_3 = 15\cdot 3^2\vec{i} + 6\cdot 3\vec{j} = 135\,\vec{i} + 18\,\vec{j}$ m/s

La aceleración media = $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\left(135\vec{i} + 18\vec{j}\right) - \left(0\vec{i} + 0\vec{j}\right)}{3-0} = 45\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$ m/s^2

b) La aceleración instantánea: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 30t\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$ m/s^2

La aceleración instantánea a t = 3s : $\vec{a} = 30\cdot 3\,\vec{i} + 6\,\vec{j} = 90\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$ m/s^2

c) Módulo: $|\vec{a}| = \sqrt{90^2 + 6^2} = \sqrt{8136} = 90'2$ m/s^2

6.- El vector de posición un móvil queda determinado por las siguientes componentes: x = 4 + 3t, y = t^3 +5, z = 2t + $4t^2$, en las que x, y, z vienen expresadas en m y el tiempo en s. Determinar a) la aceleración media en el primer segundo b) la aceleración instantánea y su módulo en el instante t = 1s.

Datos: $\vec{r} = (4+3t)\vec{i} + (t^3+5)\vec{j} + (2t+4t^2)\vec{k}$

El vector velocidad: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{i} + 3t^2\vec{j} + (2+8t)\vec{k}$ m/s

a) Velocidad a t = 0 s: $\vec{v}_0 = 3\vec{i} + 3\cdot 0^2\vec{j} + (2+8\cdot 0)\vec{k} = 3\,\vec{i}\ + 0\,\vec{j}\ + 2\,\vec{k}$ m/s

Velocidad a t = 1 s: $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 3\cdot 1^2\vec{j} + (2+8\cdot 1)\vec{k} = 3\,\vec{i}\ + 3\,\vec{j}\ + 10\,\vec{k}$ m/s

La aceleración media = $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{(3\vec{i}+3\vec{j}+10\vec{k}) - (3\vec{i}+0\vec{j}+2\vec{k})}{1-0} = 3\,\vec{j}\ + 8\,\vec{k}$ m/s^2

b) La aceleración instantánea: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 6t\,\vec{j} + 8\,\vec{k}$ m/s^2

La aceleración instantánea a t = 1 s : $\vec{a} = 6\cdot 1\,\vec{j}\ + 8\,\vec{k} = 6\,\vec{j}\ + 8\,\vec{k}$ m/s^2

c) Módulo: $|\vec{a}| = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$ m/s^2

7.- La ecuación que define la trayectoria de una partícula en un plano, viene dada por $\vec{r} = 5t\,\vec{i} + (20t - 5t^2)\,\vec{j}$, determina: a) expresión del vector velocidad y su módulo, b) el vector aceleración y su módulo, b) módulos de la aceleración tangencial y normal para t = 2s.

Datos: $\vec{r} = 5t\,\vec{i} + (20t - 5t^2)\,\vec{j}$

a) El vector velocidad: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 5\vec{i} + (20 - 10t)\vec{j}$ m/s

Módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{5^2 + (18-10t)^2}\ \sqrt{25+324+100t^2-360t} = \sqrt{100t^2-360t+349}$ m/s

b) El vector aceleración: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = -10\,\vec{j}$ m/s^2

Módulo = $|\vec{a}|$ = -10 m/s^2

c) La aceleración tangencial: $|\vec{a}_\tau| = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} = \dfrac{200t-360}{2\sqrt{100t^2-360t+349}} = \dfrac{100t-180}{\sqrt{100t^2-360t+349}}$ m/s^2

La aceleración tangencial a t = 2: $|\vec{a}_\tau| = \dfrac{100\cdot 2-180}{\sqrt{100\cdot 2^2-360\cdot 2+349}} = \dfrac{20}{\sqrt{29}} = \dfrac{20}{5'4} = 3'7$ m/s^2

La aceleración normal: $|\vec{a}_n|^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{a}_\tau|^2 = (-10)^2 - (3'7)^2 = 100 - 13'69 = 86'31$

$|\vec{a}_n| = \sqrt{86'31} = 9'3$ m/s^2

8.- El vector velocidad del movimiento de una partícula viene dado por: $\vec{v} = (3t - 2)\,\vec{i} + (6t^2 - 5)\,\vec{j} + (4t - 1)\,\vec{k}$. Calcular: a) Ecuación del vector aceleración y su módulo a t = 1s. b) Módulo de las aceleraciones tangencial y normal para t = 1s.

Datos: $\vec{v} = (3t - 2)\,\vec{i} + (6t^2 - 5)\,\vec{j} + (4t - 1)\,\vec{k}$

a) Módulo del vector velocidad: $|\vec{v}| = \sqrt{(3t-2)^2 + (6t^2-5)^2 + (4t-1)^2} =$

$\sqrt{(9t^2 + 4 - 12t) + (36t^4 + 25 - 60t^2) + (16t^2 + 1 - 8t)} = \sqrt{36t^4 - 35t^2 - 20t + 30}$ m/s

b) El vector aceleración: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 3\,\vec{i} - 12t\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$ m/s^2

Módulo = $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-12t)^2 + 4^2} = \sqrt{144t^2 + 25}$ m/s^2

Módulo a t = 1: $|\vec{a}| = \sqrt{144 \cdot 1^2 + 25} = \sqrt{169} = 13$ m/s^2

c) aceleración tangencial: $|\vec{a}_\tau| = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} = \dfrac{144t^3 - 70t - 20}{2\sqrt{36t^4 - 35t^2 - 20t + 30}} = \dfrac{72t^3 - 35t - 10}{\sqrt{36t^4 - 35t^2 - 20t + 30}}$ m/s^2

La aceleración tangencial a t = 1: $|\vec{a}_\tau| = \dfrac{72 - 35 - 10}{\sqrt{36 - 35 - 20 + 30}} = \dfrac{27}{\sqrt{11}} = \dfrac{27}{3'3} = 8'2$ m/s^2

La aceleración normal: $|\vec{a}_n|^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{a}_\tau|^2 = (13)^2 - (8'2)^2 = 169 - 67'2 = 101'8$

$|\vec{a}_n| = \sqrt{101'8} = 10'1$ m/s^2

Problemas de movimientos rectilíneos

9.- Un coche circula a 72 km/h. Frena y para en 5 s. Calcula la aceleración de frenado, supuesta constante, y la distancia recorrida hasta pararse.

Datos: $v_I = 72$ km/h $= 20$ m/s $v_F = 0$ m/s $\Delta t = 5$ s M. R.U.R.

$\Delta x = x_F - x_i = v_i\,\Delta t + \dfrac{1}{2}\,a\,\Delta t^2$ $v_F = v_i + a\,\Delta t$

a) $0 = 20 + a \cdot 5 \;\}\; a = \dfrac{0 - 20}{5} = \dfrac{-20}{5} = -4$ m/s^2 La aceleración es negativa porque está frenando.

b) $\Delta x = 20 \cdot 5 + 0'5 \cdot (-4) \cdot 5^2 = 100 - 50 = 50$ m

10.- Un Boeing 727 necesita como mínimo una velocidad de 369 km/h para iniciar el despegue. Si estando parado comienza a rodar, tarda 25 s en despegar. a) Determina la aceleración, supuesta constante, que proporcionan los motores del avión. b) Calcula la longitud mínima que ha de tener la pista de aterrizaje.

Datos: $v_F = 369$ km/h $= 102'5$ m/s $v_I = 0$ m/s $\Delta t = 25$ s M.R.U.A.

$\Delta x = v_i\,\Delta t + \dfrac{1}{2}\,a\,\Delta t^2$ $v_F = v_i + a\,\Delta t$

a) $102'5 = 0 + a \cdot 25 \;\}\;$ $a = \dfrac{102'5 - 0}{25} = \dfrac{102'5}{25} = 4'1$ m/s^2

b) $\Delta x = 0 \cdot 25 + 0'5 \cdot 4'1 \cdot 25^2 = 1281'25$ m

11.- Una caja se cae desde un camión en marcha y se desliza por la calle una distancia de 45 m antes de detenerse. El rozamiento entre la caja y la calle produce una deceleración de 4 m/s². ¿Cuál era la velocidad del camión cuando se cayó la caja?

Datos: $v_F = 0$ m/s $a = -4$ m/s^2 $\Delta x = 45$ m   M.R.U.R.

$\Delta x = v_i\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,\Delta t^2$ $v_F = v_i + a\,\Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} 45 = v_i\,\Delta t + 0'5 \cdot (-4) \cdot \Delta t^2 \\ 0 = v_i + (-4) \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 45 = v_i\,\Delta t - 2 \cdot \Delta t^2 \\ 0 = v_i - 4 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \boxed{4 \cdot \Delta t = v_i} \\ 45 = 4 \cdot \Delta t \cdot \Delta t - 2 \cdot \Delta t^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 45 = 4 \cdot \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t^2 \\ 45 = 2 \cdot \Delta t^2 \end{array}$$

$$\left.\Delta t^2 = \frac{45}{2} = 22'5 \right\} \Delta t = \sqrt{22'5} = 4'74 \text{ s}$$
tiempo que tarda la caja en pararse.

$$\left. 4 \cdot \Delta t = v_i \right\} v_i = 4 \,.\, 4'74 = 18'96 \text{ m/s}$$
velocidad que llevaba el camión

12.- Un coche viaja de noche a una velocidad de 72 km/h y, de repente, se encuentra con un camión estacionado a 20 m de distancia. El conductor aplica el freno comunicándole una aceleración de -5m/s². a) ¿Cuánto tiempo tardará en detenerse? b) ¿Chocará con el camión parado?

Datos: $v_I = 72$ km/ h = 20 m/s $v_F = 0$ m/s $a = -5$ m/s^2 $\Delta x = 20$ m   M.R.U.R.

$\Delta x = v_i\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,\Delta t^2$ $v_F = v_i + a\,\Delta t$

a) tiempo que tardará el coche en deternerse:

$$\left. 0 = 20 + (-5) \cdot \Delta t \right\} \left. 0 = 20 - 5 \cdot \Delta t \right\} \Delta t = \frac{-20}{-5} = 4 \text{ s}$$

b) Antes de pararse el coche recorrerá: $\Delta x = 20 \cdot 4 + 0'5 \cdot (-5) \cdot 4^2 = 80 - 40 = 40$ m

Como el camión está a 20 m, si chocarán.

13.- La velocidad de un automóvil pasa de 54 km/h a 72 km/h en 175 m de carretera rectilínea. a) ¿Qué tipo de movimiento lleva? b) ¿Qué tiempo invierte en recorrer esos 175 m? c) Calcula la aceleración.

Datos: $v_i = 54$ km/h = 15 m/s $v_F = 72$ km/h = 20 m/s $\Delta x = 175$ m   M.R.U.A.

$\Delta x = v_i\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,\Delta t^2$ $v_F = v_i + a\,\Delta t$

b) Tiempo que invierte:

$$\left.\begin{array}{l} 175 = 15 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ 20 = 15 + a \cdot \Delta t \end{array}\right\} \begin{array}{l} a = \dfrac{20-15}{\Delta t} = \dfrac{5}{\Delta t} \\ 175 = 15 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot \dfrac{5}{\Delta t} \cdot \Delta t^2 \end{array} \left\{\begin{array}{l} 175 = 15 \cdot \Delta t + 2'5 \cdot \Delta t \\ 175 = 17'5 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t = \dfrac{175}{17'5} \\ \Delta t = 10 \text{ s} \end{array}$$

c) Aceleración: $a = \frac{5}{\Delta t} = \frac{5}{10} = 0'5$ m/s^2

14.- Se deja caer un objeto desde un edificio de 300 m de altura, calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad con que lo hace.

Datos: $v_I = 0$ m/s $\Delta x = 300$ m $g = 9'8$ m/s^2

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) } \Delta y = v_I \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, g \,.\, \Delta t^2 \\ \quad 300 / 4'9 = \Delta t^2 = 61'22 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 300 = 0 \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, 9'8 \,.\, \Delta t^2 = 4'9\,\Delta t^2 \\ \Delta t = \pm\sqrt{61'22} = 7'82 \text{ s} \end{array}$$

b) $v_F = v_I + g\,\Delta t = 0 + 9'8 \,.\, 7'82 = 76'6$ m/s

15.- Se lanza, desde el suelo, verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 40 m/s. Calcula: a) la posición y la velocidad al cabo de 2 s. b) la altura máxima que alcanza y el tiempo empleado. c) la velocidad al regresar al punto de lanzamiento y el tiempo total.

Datos: $v_I = 40$ m/s $\qquad$ $g = -9'8$ m/s^2

a) $\Delta y = v_I \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, g \,.\, \Delta t^2 = 40 \,.\, 2 + 0'5 \,.\, (-9'8).\, 2^2 = 80 - 19'6 = 60'4$ m

$v_F = v_I + g\,\Delta t = 40 + (-9'8) \,.\, 2 = 40 - 19'6 = 20'4$ m/s

b) $0 = 40 + (-9'8)\,\Delta t \;\}\; -40/-9'8 = \Delta t = 4'08$ s

$\Delta y = 40 \,.\, 4'08 + 1/2 \,.\, (-9'8) \,.\, 4'08^2 = 163'2 - 81'6 = 81'6$ m

c) $\left.\begin{array}{l}\Delta y = v_I \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, g \,.\, \Delta t^2 \\ 0 = 40 \,.\, \Delta t + 0'5\,(-9'8).\, \Delta t^2\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l} 0 = (40 - 4'9\,\Delta t)\,\Delta t \\ 0 = \Delta t \end{array}\right\}\begin{array}{l} 0 = 40 - 4'9\,\Delta t \\ -40/-4'9 = \Delta t = 8'16 \text{ s}\end{array}$

$v_F = v_I + g\,\Delta t = 40 + (-9'8) \,.\, 8'16 = 40 - 80 = -40$ m/s

16.- Un cohete se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcular: a) Tiempo en llegar a la altura máxima. b) Altura máxima alcanzada. c) Espacio que habrá recorrido en los 3 primeros segundos y velocidad que llevará en ese momento.

Datos: $v_I = 20$ m/s , $\quad g = -9'8$ m/s^2 , $\;$ En la altura máxima la $v_F = 0$

a) $0 = 20 + (-9'8)\,\Delta t \}\qquad \Delta t = \dfrac{-20}{-9'8} = 2'04$ s $\;$ tiempo en alcanzar la altura máxima.

b) Altura máxima: $\Delta y = 20 \cdot 2'04 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 2'04^2 = 40'8 - 20'4 = 20'4$ m

c) a los 3 s se encontrará a:

$\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 20 \cdot 3 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 3^2 = 60 - 44'1 = 15'9$ m sobre el suelo

Habrá recorrido: 20'4 m hacia arriba y hacia abajo 20'4 – 15'9 = 5'5 m

Espacio total recorrido: 20'4 + 5'5 = 25'9 m

Velocidad a los 3 s: $\quad v_F = v_I + g\,\Delta t = 20 + (-9'8) \,.\, 3 = 20 - 29'4 = -9'4$ m/s

Es negativa porque está cayendo.

17.- Desde un globo que se está elevando con una velocidad constante de 2 m/s, se deja caer un paquete cuando se encuentra a 60 m de altitud. a) ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo? b) Con qué velocidad llega? c) ¿Donde se encuentra el globo cuando llega el paquete al suelo?

Datos: $x_I = 40$ m $\qquad v_I = 5$ m/s $\qquad g = -\,9'8$ m/s^2

a) y b) $\; v_F = v_I + g\,\Delta t \;\}\; 0 = 5 + (-9'8) \,.\, \Delta t \;\}\; -5/-9'8 = \Delta t = 0'51$ s

$\Delta y = v_I \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, g \,.\, \Delta t^2 = 5 \,.\, 0'51 + 0'5 \,.\, (-9'8) \,.\, 0'51^2 = 2'55 - 1'27 = 1'28$ m

altura máxima = 1'28 + 40 = 41'28 m

c) $-40 = 5 \,.\, \Delta t + 1/2 \,.\, (-9'8) \,.\, \Delta t^2 \;\}\; 4'9\,\Delta t^2 - 5\,\Delta t - 40 = 0$

$$\Delta t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot (-40)}}{2 \cdot 4'9} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 784}}{9'8} = \frac{5 \pm \sqrt{809}}{9'8} = \frac{5 \pm 28'4}{9'8} \Big\} \;\Delta t = 33'4/9'8 = 3'41 \text{ s}$$

d) $v_F = v_I + g\,\Delta t = 40 + (-9'8).\, 3'41 = 40 - 33'42 = 6'58$ m/s

e) $\Delta x = x_F - x_I = -\,40 - 0 = -40$ m

f) distancia = 1'28 + 1'28+ 40 = 42'56 m

Problemas de movimiento circular

18.- Un disco de 40 cm de diámetro gira con velocidad angular constante de 200 r.p.m. Determina: a) La velocidad angular en el S.I. b) La velocidad lineal en un punto de la periferia de la rueda. c) Arco descrito por un punto de la periferia de la rueda en $2 \cdot 10^{-3}$ s.

Datos: R = 20 cm = 0'2 m ω = 200 rev/min M.C.U.

a) $200 \ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \ \text{rad}}{1\,\text{rev}} = 20'9$ rad/s

b) $v = \omega \cdot R = 20'9 \cdot 0'2 = 4'2$ m/s

c) $\Delta S = v \cdot \Delta t = 4'2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 8'4 \cdot 10^{-3}$ m

19.- Calcula las velocidades angular y lineal con las que la Luna gira alrededor de la Tierra, sabiendo que nuestro satélite invierte 27 días y 8 horas en una revolución completa alrededor de la Tierra, y que la distancia entre ambos astros es de 384.000 km.

Datos: R = 384.000 km =384.000.000 m Δt =27 días 8 h = $2'36 \cdot 10^{6}$ s M.C.U.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\,\pi\,\text{rad}}{2'36 \cdot 10^{6}\,s} = 266 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

$v = \omega \cdot R = 2'66 \cdot 10^{-6} \cdot 389000000 = 1020$ m/s

20.- Un disco, con un diámetro de 30 cm, adquiere una velocidad de 33 r.p.m. a los 3 s de empezar a girar. Calcula: a) la aceleración angular de dicho disco, b) la velocidad y aceleración lineales de un punto de su periferia a los 2 s de comenzar el movimiento de giro.

Datos: Δt =3 s $\omega_I = 0$ ω_F = 33 rev/min = 3'5 rad/s R = 0'15 m M.C.U.A

a) $\alpha = \frac{\omega_F - \omega_I}{\Delta t} = \frac{3'5 - 0}{3} = 1'17$ rad/s²

b) Para Δt =2 s:

$\omega_F = \omega_I + \alpha\,\Delta t = 0 + 1'17 \cdot 2 = 2'3$ rad/s

$v = \omega \cdot R = 2'3 \cdot 0'15 = 0'35$ m/s

$$\left.\begin{array}{l} a_\tau = \alpha \cdot R = 1'17 \cdot 0'15 = 0'18 \text{ m/s}^2 \\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0'35^2}{0'15} = 0'82 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \quad |\vec{a}| = \sqrt{0'18^2 + 0'82^2} = 0'84 \text{ m/s}^2$$

$\text{tg}\,\alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = \frac{0'82}{0'17} = 4'82$ $\alpha = 78°$

21.- Un punto móvil se ve sometido a un movimiento circular de 6 m de radio girando a la velocidad de 200 vueltas cada minuto. Hallar: a) Periodo y frecuencia. b) Ángulo descrito en 20 s. c) Valor de la aceleración tangencial y normal así como del vector aceleración.

Datos: r = 6 m ω = 200 vueltas/min M.C.U.

a) $200 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 20'9 \text{ rad/s}$

$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{20'9} = 0'3 \text{ s}$ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0'3} = 3'33 \text{ s}^{-1}$

b) $\Delta\varphi = \omega_I \cdot \Delta t = 20'9 \cdot 20 = 418'9 \text{ rad}$

c) $\left.\begin{array}{l} a_\tau = \alpha \cdot R = 0'6 \cdot 0 = 0 \\ a_n = \omega^2 \cdot R = 20'9 \cdot 6 = 2631'9 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\}$ $|\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 2631'9^2} = 2631'9 \text{ m/s}^2$

22.- Un ventilador de 50 cm de radio gira a 150 r.p.m., cuando se desconecta de la corriente, tardando medio minuto en parase. Calcula: a) su velocidad angular inicial en unidades S.I. b) su aceleración angular, c) el número de vueltas que da hasta que se detiene, d) el espacio recorrido por el punto medio y por el extremo de las aspas mientras se está parando, e) la velocidad lineal del extremo a los 25 s, f) la aceleración tangencial, normal y total del extremo del aspa a los 25 s.

Datos: R = 50 cm = 0'5 m ω_I = 150 r.p.m. Δt =0'5 min = 30 s $\omega_F = 0$ M.C.U.R

a) Velocidad angula en radianes: $150 \cdot \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1 \text{rev}} = 15'7 \text{ rad/s}$

b) $\alpha = \frac{\omega_F - \omega_I}{\Delta t} = \frac{03 - 15'7}{30} = -0'523 \text{ rad/s}^2$

c) ángulo total girado: $\Delta\varphi = \omega_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot \alpha \cdot \Delta t^2 = = 15'7 \cdot 30 + 0'5 \cdot (-0'523) \cdot 30^2 = 236 \text{ rad}$

El número de vueltas: $236 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 37'6 \text{ vueltas}$

d) el arco recorrido por el punto medio: $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R = 236 \cdot 0'25 = 59$ m
el arco recorrido por el extremo del aspa: $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R = 236 \cdot 0'5 = 118$ m (el doble)

e) La velocidad angular: $\omega_F = \omega_I + \alpha \, \Delta t = 15'7 - 0'523 \cdot 25 = 2'63$ rad/s
La velocidad lineal: $v = \omega \cdot R = 2'63 \cdot 0'5 = 1'32$ m/s

f) La aceleración tangencial y normal:

$\left.\begin{array}{l} a_\tau = \alpha \cdot R = -0'523 \cdot 0'5 = -0'26 \text{ m/s}^2 \\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1'32^2}{0'5} = 3'5 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\}$ $|\vec{a}| = \sqrt{(-0'26)^2 + 3'5^2} = 3'51 \text{ m/s}^2$