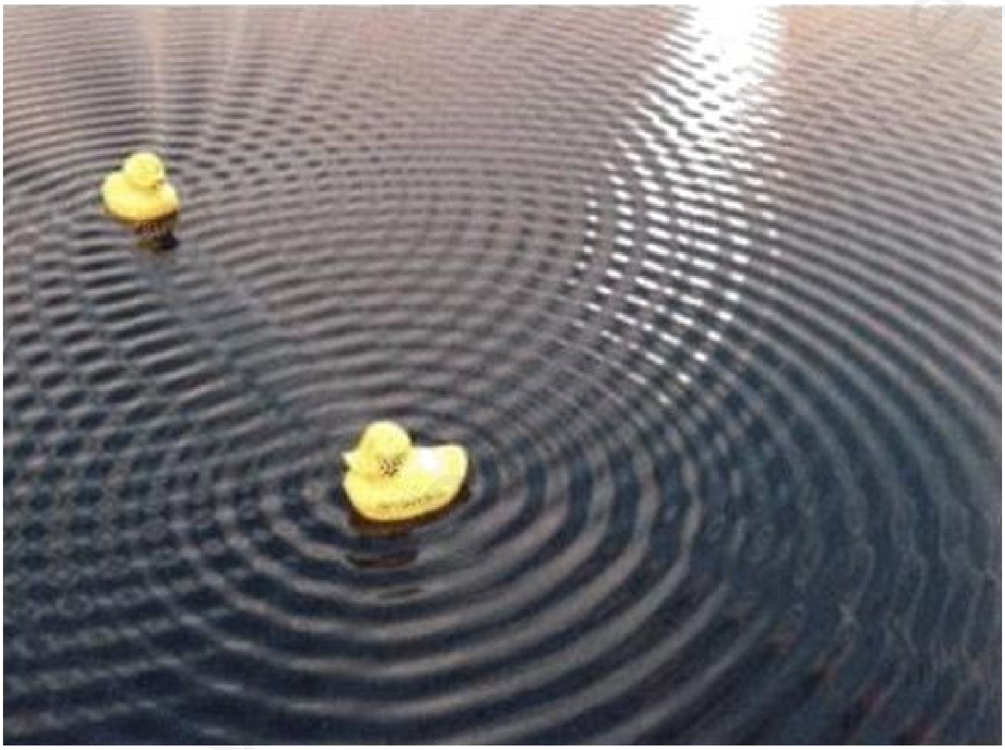
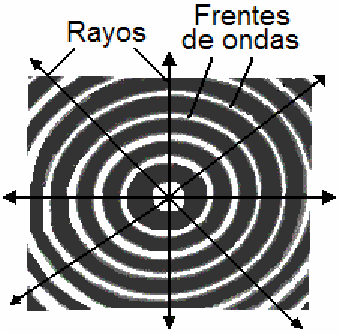


Fenómenos ondulatorios

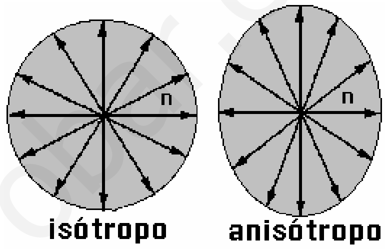
1.- Conceptos básicos.



Frente de onda: *es la superficie constituida por todos los puntos de un medio que, en un momento dado, se encuentran en el mismo estado de vibración, es decir, están en fase.*

Rayo: *es la recta que indica la dirección de propagación del movimiento ondulatorio. Es perpendicular al frente de onda en todos sus puntos*. Desde un foco emisor de ondas se pueden dibujar tantos rayos como direcciones de propagación existan.

Medio homogéneo: *es aquel que tiene las mismas propiedades (composición química, densidad, color, etc.) en todos los puntos que lo componen. Esto supone que la onda se propaga con la misma velocidad* ***en todos sus puntos****. Si esto no ocurre se dice que el medio es* ***heterogéneo****.*

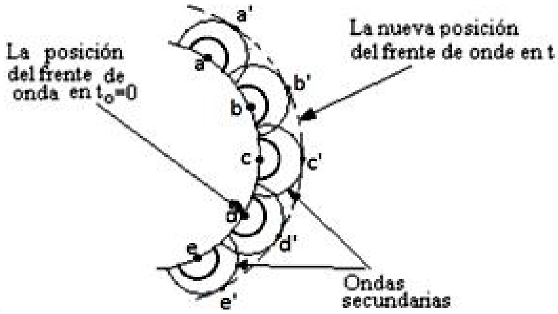


Medio isótropo: *es aquel que tiene las mismas propiedades en todas sus direcciones. Esto supone que la onda se propaga con la misma velocidad* ***en todas las direcciones****. Si esto no ocurre se dice que el medio es* ***anisótropo****.*

2.- Principio de Huygens.

En 1678, el físico y astrónomo Christian Huygens propone un método geométrico para explicar el carácter ondulatorio de la luz, que puede ser aplicado a todo tipo de ondas. Este principio permite explicar fenómenos ondulatorios como reflexión, refracción, polarización y difracción.

El principio de Huygens explica el avance de una onda de la siguiente forma:

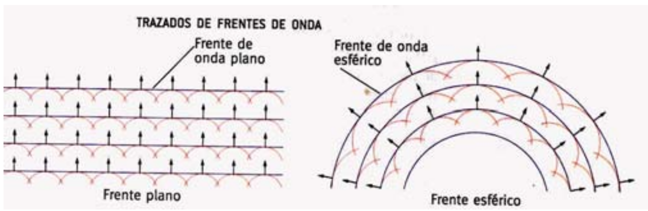


Los puntos a, b, c, d y e pertenecen a un frente de onda en tiempo t = 0. Todos estos puntos vibran con un m.a.s. y tienen la misma fase (porque son del mismo frente de onda).

Estos puntos, a su vez, son focos emisores de nuevas ondas secundarias. Al cabo de un cierto tiempo, todas las ondas secundarias han recorrido la misma distancia y alcanzan los puntos a', b', c', d' y e', que están en fase entre sí. La unión de estos puntos forma un nuevo frente de onda.

La formación sucesiva de nuevos frentes de onda permite explicar la propagación del movimiento ondulatorio.

Principio de Huygens: *todo punto de un frente de onda se convierte en foco emisor de nuevas ondas elementales secundarias, que se propagan con la misma velocidad y frecuencia que la onda inicial. Al cabo de un tiempo, el nuevo frente de onda es la envolvente de estas ondas secundarias.*

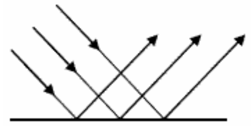


Los frentes de onda pueden ser esféricos, circulares, planos, etc.

3.- Reflexión.

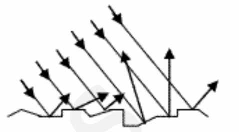
La **reflexión** *es un fenómeno físico que se produce cuando una onda choca con la superficie que separa dos medio y es devuelta, total o parcialmente, al primer medio con un cambio de dirección*. Ejemplos de reflexión: cuando la luz incide sobre un espejo, el eco de un sonido, etc.

Reflexión especular: *se produce cuando, al incidir sobre una superficie pulida un haz de rayos paralelos, los rayos reflejados son también paralelos*.



Reflexión especular

Reflexión difusa: *se produce cuando, al incidir sobre una superficie rugosa un haz de rayos paralelos, los rayos reflejados no son paralelos*.



Reflexión difusa

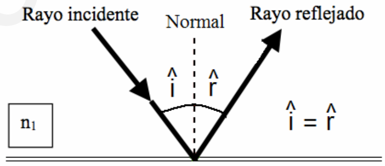
Si nos miramos en un espejo, podemos ver nuestra imagen (reflexión especular) pero si lo hacemos en una hoja de papel solo vemos el papel (reflexión difusa). La reflexión difusa nos permite ver los objetos.

3.1.- Leyes de Snell de la reflexión (propuestas para la luz, son válidas para cualquier onda que incida sobre una superficie pulida).

1) *El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal, están en el mismo plano.*

2) *El ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son iguales.*

$$\hat{i} = \hat{r}$$



- **Normal**: *línea perpendicular a la superficie de separación de dos medios.*
- **Ángulo de incidencia**, $\hat{i}$: *ángulo que forma el rayo incidente con la normal.*
- **Ángulo de reflexión**, $\hat{r}$: *ángulo que forma el rayo reflejado con la normal.*

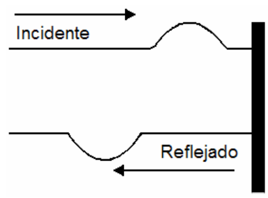
3.2.- Reflexión del sonido. Eco y reverberación.

El eco *es el fenómeno que tiene lugar cuando una onda sonora choca con una superficie y es reflejada, de tal forma que la onda incidente y la reflejada impresionan el oído del observador con una separación suficiente (Δt = 0'1 s) para que se aprecien los dos sonidos de forma independiente*.

La reverberación *se produce cuando una onda sonora sufre sucesivas reflexiones sobre distintas superficies y las ondas incidente y reflejada llegan al oído sin separación suficiente*. Es el fenómeno que se observa al entrar en una habitación sin muebles, el sonido retumba.

3.3.- Cambios de fase.

En algunos casos, por ejemplo, un pulso que se transmite por una cuerda, hay una diferencia entre la onda incidente y la onda reflejada: están desfasadas π radianes (180º). Al reflejarse dicho pulso en la pared ocurre lo que se observa en la figura. Para su explicación hay que tener en cuenta el tercer principio de la dinámica (principio de acción-reacción). Cuando el pulso llega al soporte de la cuerda sobre la pared, al ser este medio más rígido que la cuerda, ésta ejerce una fuerza hacia arriba sobre el soporte. Como reacción el soporte ejerce una fuerza hacia abajo sobre la cuerda que provoca la inversión del pulso.



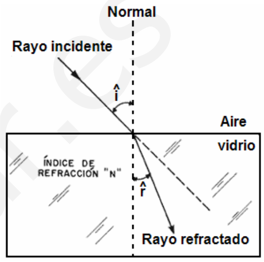
4.- Refracción.

Refracción: *es el cambio en la dirección y velocidad de propagación de la onda (υ) al pasar de un medio a otro diferente*. La frecuencia de la onda permanece constante (ya que depende de la frecuencia de vibración del foco emisor de ondas, que no cambia), pero como $\upsilon = \lambda \cdot f$, si la velocidad cambia, también cambiará la longitud de la onda.

Ángulo de refracción, $\hat{r}$: *ángulo que forma el rayo refractado con la normal.*

4.1.- Leyes de Snell para la refracción:

1) *El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.*



2) *El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es igual al cociente entre las velocidades de propagación de la onda en los dos medios*:

$$\frac{\operatorname{sen}\hat{i}}{\operatorname{sen}\hat{r}} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

De las leyes de Snell se deduce que, cuando una onda accede a un medio por el que se propaga más despacio, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia (la dirección de propagación se acerca a la normal). En caso contrario, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia (la dirección de propagación se aleja de la normal).

4.2.- Refracción de la luz. Índice de refracción.

Índice de refracción, n: *es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, c, y la velocidad de la luz en cualquier otro medio, v.* Es una magnitud adimensional. En el vacío vale 1.

$$n = \frac{c}{\upsilon}$$

Cuanto mayor sea el índice de refracción de un medio, más despacio se propagará la onda en él.

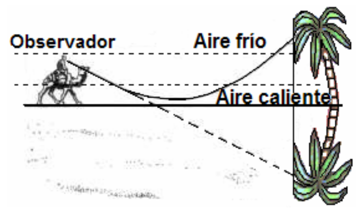
Y la ley de Snell queda: $$\frac{\operatorname{sen}\hat{i}}{\operatorname{sen}\hat{r}} = \frac{n_{refractado}}{n_{incidente}}$$

O lo que es igual: $$n_{incidente} \cdot \operatorname{sen}\hat{i} = n_{refractado} \cdot \operatorname{sen}\hat{r}$$

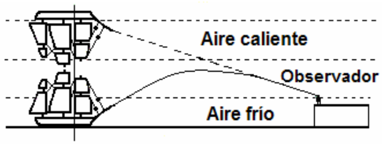
4.3.- Los espejismos.

Los espejismos son ilusiones ópticas en las que parece que un objeto lejano se refleja sobre una superficie especular (por ejemplo, agua) que, en realidad, no existe. Se producen porque los rayos de luz atraviesan capas de aire en las que hay una variación gradual de la temperatura (gradiente de temperatura) y, por tanto, una variación gradual de la densidad (gradiente de densidad). En consecuencia, se producen sucesivas refracciones que dan lugar a que los rayos de luz se curven. Dependiendo de que el gradiente de temperatura aumente hacia arriba o hacia abajo la luz se curvará en un sentido otro.

Si la temperatura del aire es mayor a ras de suelo y disminuye al subir, por ejemplo, en un desierto, la luz se curva hacia arriba. Un observador lejano verá la prolongación del rayo que le llega y le parecerá que el objeto se refleja en una lámina de agua, o en un espejo, que está delante (espejismo inferior).

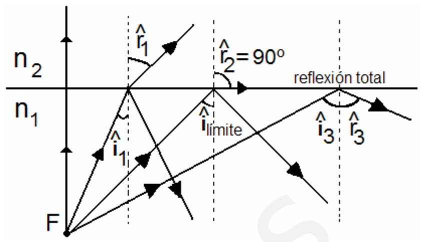


Si la temperatura del aire es menor a ras de suelo y aumenta al subir, por ejemplo, en el mar, la luz se curva hacia abajo. Un observador lejano verá la prolongación del rayo que le llega y le parecerá que el objeto se refleja en una lámina de agua, o en un espejo, que está sobre el objeto (espejismo superior).



4.4.- Reflexión total. Ángulo límite.

Si un rayo de luz pasa de un medio a otro que tiene un índice de refracción menor (por ejemplo agua-aire), el ángulo de refracción será mayor que el de incidencia, cuando el ángulo de incidencia va aumentando, también lo hace el de refracción.



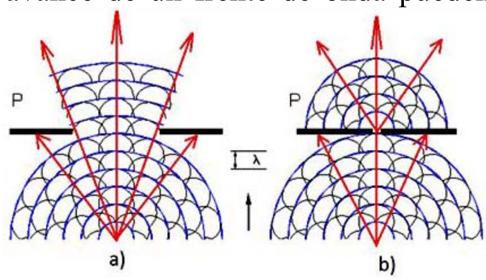
Existe un ángulo de incidencia crítico, llamado **ángulo límite**, $\hat{L}$, para el cual el ángulo de refracción es de 90º.

$$\hat{L} = \text{arcosen}\,\frac{n_{\text{refractado}}}{n_{\text{incidente}}}$$

Reflexión total o interna: *se produce cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite y el rayo de luz ya no se refracta sino que se refleja totalmente.* El funcionamiento de muchos aparatos, como periscopios, binoculares, cámaras fotográficas o fibra óptica, se basa en la reflexión total interna de la luz.

5.- Difracción.

Cuando un obstáculo con una rendija se interpone en el avance de un frente de onda pueden ocurrir dos cosas:



a) Si la rendija es mayor que la longitud de onda, las ondas atraviesan la rendija sin experimentar apenas distorsión y se propagan, al otro lado, siguiendo la dirección rectilínea de los rayos que parten de la fuente.

b) Si la rendija tiene un tamaño comparable con la longitud de onda, los rayos cambian de dirección al atravesar la abertura. Los puntos del frente de onda que no están tapados por el obstáculo se comportan como centros emisores de nuevas ondas cuya envolvente es el nuevo frente de onda. Es como si la rendija fuese un nuevo foco emisor de ondas. Se ha producido un efecto de difracción.

La difracción *es la desviación en la propagación rectilínea de las ondas cuando se encuentran en su camino con aberturas u obstáculos de un tamaño comparable a su longitud de onda.*

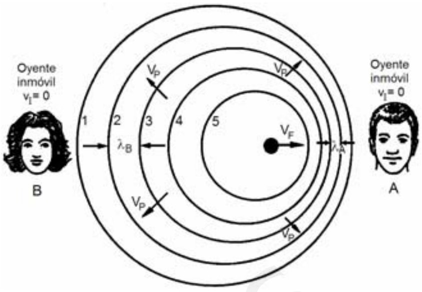
La difracción explica que podamos oír lo que ocurre detrás de un obstáculo, o que las ondas electromagnéticas salven una montaña, como se ve en la figura.

También explica la existencia de zonas de penumbra en la esquina entre una calle iluminada y una calle oscura.

6.- Efecto Doppler.

Se produce cuando hay diferencia entre la frecuencia de la onda emitida por el foco y la que capta el receptor, debido a que existe un movimiento relativo entre el foco y el receptor.

Caso 1: Foco en movimiento y receptor fijo.



El foco se mueve con una velocidad, $\mathbf{v_F}$, emitiendo ondas con una longitud de onda, λ y una frecuencia, **f**, que tienen una velocidad de propagación, ν. La velocidad de propagación de las ondas no varía con el movimiento del foco, pero sí que es diferente la longitud de la onda captada por los receptores y, en consecuencia, también es diferente la frecuencia.

El receptor en A observará que la longitud de onda λ_A es menor que la emitida por el foco, λ y que la frecuencia, f_A, es mayor. El receptor en B observará que la longitud de onda λ_B es mayor que la emitida por el foco, λ, y que la frecuencia, f_B, es menor.

En un periodo, T, el frente de ondas recorre una distancia: $\lambda = \nu \cdot T$ y el foco recorre: $d_F = v_F \cdot T$

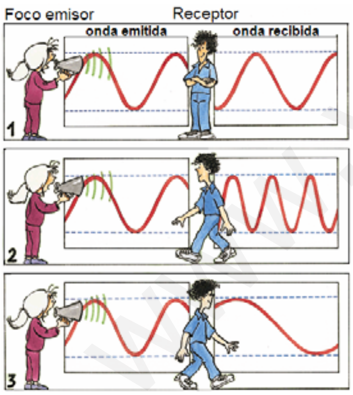
La distancia entre dos frentes de ondas consecutivos será:

$$\lambda' = \lambda \pm d_F = \nu \cdot T \pm v_F \cdot T = (\nu \pm v_F)\, T = (\nu \pm v_F) \cdot \frac{1}{f}$$

La frecuencia que percibirá el receptor: $f_R = \dfrac{\upsilon}{\lambda'} = \dfrac{\upsilon}{\dfrac{\upsilon \pm v_F}{f}} \Rightarrow \boxed{f_R = \dfrac{f \cdot \upsilon}{\upsilon \pm v_F}}$

Donde el signo positivo corresponde al foco alejándose y el negativo al foco acercándose.

Caso 2: Foco fijo y receptor en movimiento.



Si el receptor se desplaza con velocidad, $\mathbf{v_R}$, constante, la separación entre dos frentes de onda, λ, permanecerá constante (la longitud de la onda observada por el receptor será la misma), pero la velocidad relativa de las ondas respecto al receptor es $\nu' = \nu \pm v_R$.
Donde el signo positivo corresponde al receptor acercándose al foco y el signo negativo, cuando se aleja de él.

Por tanto para el foco en reposo: $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f}$

La frecuencia que percibirá el receptor: $f_R = \dfrac{\upsilon'}{\lambda} = \dfrac{\upsilon \pm v_R}{\lambda} = \dfrac{\upsilon \pm v_R}{\upsilon / f}$

$$\boxed{f_R = \frac{f(\upsilon \pm v_R)}{\upsilon}}$$

La frecuencia percibida por el receptor f_R, aumenta al acercarse al foco emisor de ondas y disminuye cuando se aleja de él.

Caso 3: Emisor y receptor en movimiento.
El foco se mueve con velocidad v_F y el receptor con velocidad v_R. La frecuencia aparente percibida por el receptor, f_R, será una combinación de los dos casos anteriores: $\boxed{f_R = \dfrac{f(\upsilon \pm v_R)}{\upsilon \mp v_F}}$

7.- Polarización.

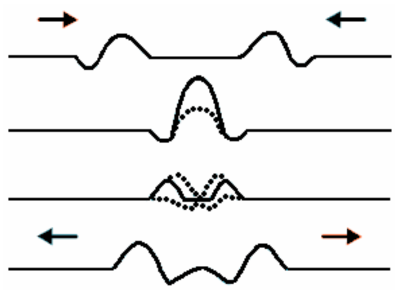
Se dice que *una **onda transversal** está linealmente polarizada cuando sólo puede vibrar en una sola dirección (de todas las posibles).* Para conseguir polarizar una onda se utiliza un **polarizador**, un dispositivo que sólo permite el paso de las ondas que vibran en una dirección determinada.

Este fenómeno sólo se produce en las ondas transversales, es decir, ondas en las que la dirección de vibración de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

Las ondas electromagnéticas, como la luz visible, también pueden sufrir polarización ya que los campos eléctrico y magnético vibran en dirección perpendicular a la de vibración. Ejemplo: los vidrios antirreflectantes (gafas, lunas de los coches) son en realidad vidrios polarizadores que sólo dejan pasar una parte de la luz que reciben. A través de estos vidrios los objetos se ven más oscuros.

8.- Interferencia de ondas.

Cuando dos objetos chocan, intercambian energía y cantidad de movimiento, y, en general, varía la dirección del movimiento de cada uno de los objetos, pero no ocurre lo mismo cuando dos ondas generadas por focos distintos inciden en un mismo punto.



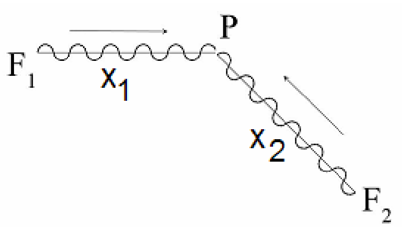
En la figura se pueden ver dos pulsos de ondas que se mueven en la misma dirección y sentido contrario. En el momento en que los dos pulsos se encuentran, las ondas superponen sus efectos, pero solo en ese instante, después continúan su viaje sin haberse modificado mutuamente.

Se llama **interferencia** *al resultado del encuentro de dos pulsos* y se puede calcular utilizando el principio de superposición.

Principio de superposición: *cuando dos o más ondas coinciden en un mismo instante y en un mismo punto, en dicho punto se produce una nueva onda, cuya función de onda es la suma de las funciones de onda incidentes*.

8.1.- Interferencia de ondas armónicas coherentes.

Para una mayor simplificación, se supone que las dos ondas que interfieren son coherentes, es decir, ondas de iguales características (amplitud, frecuencia angular y longitud de onda) y sin fase inicial, es decir, para t = 0, su fase es cero.



Supongamos que en el punto P, las ecuaciones de las dos ondas emitidas por los focos F_1 y F_2 son respectivamente:

$$y_1\,(x_1,t) = A \cdot \text{sen}\,(\omega t - kx_1) \qquad y_2\,(x_2,t) = A \cdot \text{sen}\,(\omega t - kx_2)$$

Según el principio de superposición:

$$y = y_1\,(x_1,t) + y_2\,(x_2,t) = A\,\text{sen}\,(\omega t - kx_1) + A\,\text{sen}\,(\omega t - kx_2) = A\,[\text{sen}\,(\omega t - kx_1) + \text{sen}\,(\omega t - kx_2)]$$

Como: $\boxed{\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \cdot \text{sen}\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}}$

$$y = A \cdot 2 \cdot \text{ sen}\frac{(\omega t - kx_1) + (\omega t - kx_2)}{2} \cdot \cos\frac{(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2)}{2}$$

$$y = 2 \cdot A \cdot \text{sen}\frac{2\omega t - k(x_2 + x_1)}{2} \cdot \cos\frac{k(x_2 - x_1)}{2}$$

$$y = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{k(x_2 - x_1)}{2} \cdot \text{sen}\frac{2\omega t - k(x_2 + x_1)}{2}$$

Agrupando los factores que no dependen del tiempo en otro factor llamado **amplitud resultante**:

$$A_r = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{k(x_2 - x_1)}{2}$$

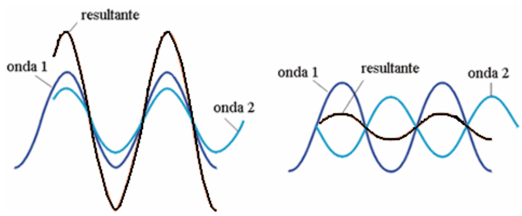
La **diferencia de fase**, $\Delta\varphi$, entre dos ondas coherentes de la misma longitud de onda y frecuencia, en un mismo punto y en un instante dado, es: $\Delta\varphi = k(x_2 - x_1)$, por lo que el valor de la amplitud resultante, A_r, depende de los valores que tome el coseno de la diferencia de fase:

$$A_r = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

La ecuación de la onda resultante, en el punto P, será: $y = A_r \cdot \text{ sen}\frac{2\omega t - k(x_2 + x_1)}{2}$

8.2.- Interferencias constructivas y destructivas.

Como se ha visto la amplitud resultante no es constante y, como consecuencia, al superponerse dos ondas en un punto P, puede producirse un reforzamiento de la amplitud de la onda resultante o una disminución. Veremos los dos casos extremos:



- **Interferencia constructiva**: se produce cuando las ondas llegan a un punto del medio en concordancia de fase. En ese punto la amplitud resultante será máxima.

  Para que A_r sea máxima, $\cos\frac{\Delta\varphi}{2} = \pm 1 \;\Rightarrow\; \frac{\Delta\varphi}{2} = n \cdot \pi \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot n \cdot \pi$

  Como $\Delta\varphi = k\,(x_2 - x_1)$ y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, operando y simplificando se obtiene:

  $\boxed{x_2 - x_1 = n \cdot \lambda}$ siendo n = 0, 1, 2, 3,...

  Condición que cumplen todos los puntos del medio donde la amplitud es máxima (**vientres**).

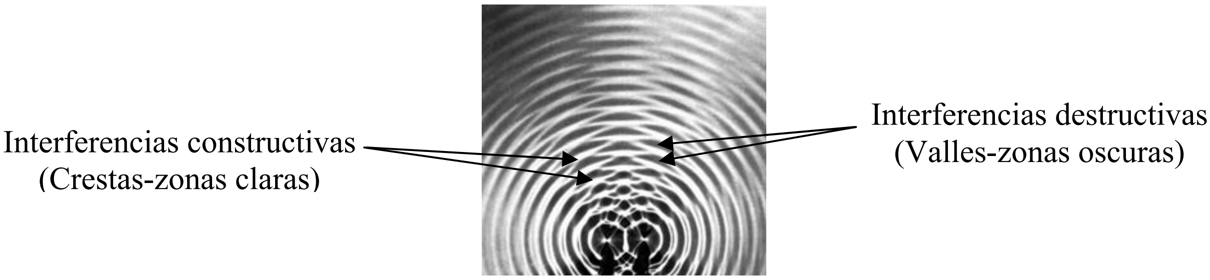
- **Interferencia destructiva**: se produce cuando las ondas llegan a un punto del medio en oposición de fase. En ese punto la amplitud resultante será cero.

  Para que A_r sea cero, $\cos\frac{\Delta\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{2} = n \cdot \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot (n \cdot \pi + \frac{\pi}{2}) = \pi\,(2n + 1)$

  Como $\Delta\varphi = k\,(x_2 - x_1)$ y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, operando y simplificando se obtiene:

  $\boxed{x_2 - x_1 = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}}$ siendo n = 0, 1, 2, 3,...

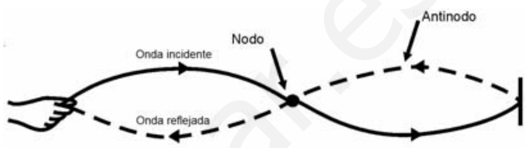
Condición que cumplen todos los puntos del medio donde la amplitud es nula (**nodos**).

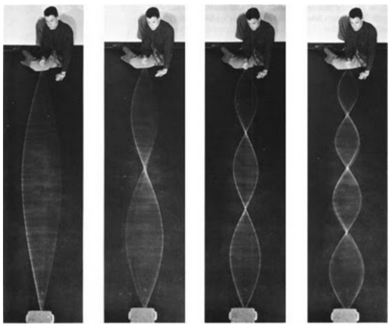


Los dos casos analizados están muy idealizados. Si la interferencia se da entre ondas de la misma frecuencia pero distinta amplitud, las condiciones de interferencia constructiva o destructiva son las mismas, pero en la destructiva la amplitud no llega a ser cero en ningún punto.

9.- Ondas estacionarias.

Las **ondas estacionarias** *se producen por interferencia de dos ondas idénticas (misma amplitud, frecuencia y longitud de onda) que se propagan en sentidos opuestos*.





El resultado de la interferencia es que cada punto presenta un m.a.s de distinta amplitud, y ésta es constante en ese punto.

Independientemente del tiempo, cada punto del medio está vibrando siempre de la misma manera y existen puntos en los que la amplitud es siempre máxima (**vientres**) y puntos en los que la amplitud es siempre cero (**nodos**) y, en consecuencia, la onda parece no avanzar, de ahí el nombre de estacionaria.

La onda estacionaria no es una onda en realidad, porque no se desplaza, es decir, no hay transporte de energía, ya que hay puntos en reposo permanente (nodos) que no la transmiten. La energía permanece estancada entre nodo y nodo debido a que, en una onda estacionaria, se está transformando de forma permanente y para cada partícula vibrante (excepto nodos), energía cinética en energía potencial elástica y viceversa. La energía mecánica que tiene una partícula en un nodo es cero, ya que tanto su energía cinética como potencial son cero.

Las ondas estacionarias se producen en instrumentos musicales, como guitarras y violines, son ondas que se propagan en medios no abiertos o limitados pues tienen obstáculos (los límites de las cuerdas) en los que son reflejadas, entonces las ondas reflejadas interfieren con las ondas incidentes y forman ondas estacionarias. También se producen ondas estacionarias en tubos sonoros, como la flauta.

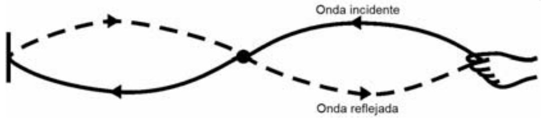
8.1.- Ecuación de una onda estacionaria.

Si una onda se propaga por una cuerda en el sentido negativo del eje OX, su ecuación será:

$$y_i = A \text{ sen } (\omega t + kx)$$

Al llegar al origen de coordenadas la onda es reflejada. La función de la onda reflejada será:

$$y_r = A \text{ sen } (\omega t - kx + \pi)$$



La onda reflejada está desfasada 180º respecto de la onda incidente (ha habido un cambio de fase en la reflexión). Ahora bien, como sen $(\alpha + \pi)$ = - sen α $\Rightarrow$ $y_r = -A \text{ sen } (\omega t - kx)$

Según el principio de superposición, para cualquier punto de la cuerda, la función de onda será:

$$y = y_i + y_r = A \text{ sen } (\omega t + kx) - A \text{ sen } (\omega t - kx)$$

Como: $\boxed{\text{sen } a - \text{sen } b = 2 \cdot \cos\frac{a+b}{2} \cdot \text{sen}\frac{a-b}{2}}$

$$y = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} \cdot \text{sen}\frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2} = 2 \cdot A \cdot \cos\frac{2\omega t}{2} \cdot \text{sen}\frac{2kx}{2}$$

$$y = 2 \cdot A \cdot \cos (\omega t) \cdot \text{sen } (kx)$$

Agrupando los factores que no dependen del tiempo en otro factor llamado **amplitud resultante**:

$$A_r = 2 \cdot A \cdot \text{sen } (kx)$$

Quedando la elongación en cada punto: $y = A_r \cos (\omega t)$

La ecuación es la misma del m.a.s. con la particularidad de que la amplitud con que vibra cada punto de la onda estacionaria depende de su posición en la cuerda, **x**. Una onda estacionaria tiene la misma frecuencia y longitud de las ondas originales, es decir, cada punto se mueve con un m.a.s. de amplitud A_r, y con la misma frecuencia que las ondas que han interferido.

8.2.- Posición de nodos y vientres.

La amplitud resultante, $A_r = 2 \cdot A \cdot \text{sen } (kx)$, varía con la posición, por lo que habrá puntos donde la amplitud sea máxima, **vientres** y puntos donde se anulen, **nodos**.

- La amplitud resultante es máxima, $A_r = 2A$, en los **vientres o antinodos**, donde se cumple: sen (kx) = ±1, en esta situación:

  $$k \cdot x = n \cdot \pi + \frac{\pi}{2} = (2n + 1)\,\frac{\pi}{2} \qquad \text{Siendo } n = 0, 1, 2, 3,\ldots$$

  Sustituyendo el valor de $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y operando: $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (2n + 1)\,\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = (2n + 1)\,\frac{\lambda}{4}}$

Son vientre los puntos que distan del extremo fijo un número impar de cuartos de la longitud de onda.

- La amplitud resultante se anula, Ar = 0, en los **valles o nodos**, donde se cumple: sen (kx) = 0, en esta situación: $k \cdot x = n \cdot \pi$

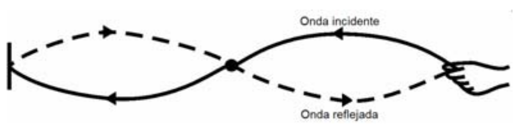
  Sustituyendo el valor de $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y operando: $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = n \cdot \pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = n \cdot \frac{\lambda}{2}}$

  Siendo n = 0, 1, 2, 3,…

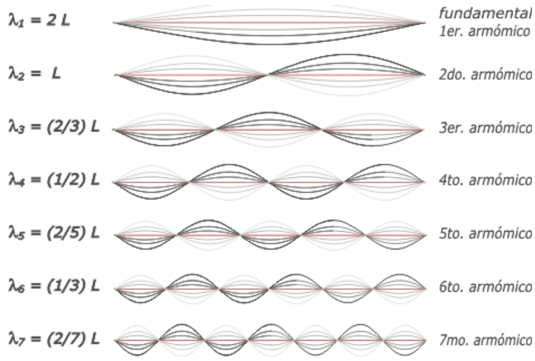
Son nodos los puntos que distan del extremo fijo un número entero de veces la mitad de la longitud de onda.

- **Distancia entre vientres o nodos consecutivos**: se calcula restando las ecuaciones que nos dan sus posiciones para dos valores consecutivos, n y n+1.

  Obteniéndose que la distancia es igual a media longitud de onda, λ/2, según se puede observar en la gráfica.



8.3.- Ondas estacionarias en una cuerda fija por sus dos extremos.



Si se fijan los extremos de una cuerda flexible tensa (guitarra, violín…) y se provoca su oscilación, se observa que solo para ciertas frecuencias se obtienen ondas estacionarias.

Estas frecuencias de vibración se denominan **frecuencias de resonancia** y dependen de la longitud de la cuerda, L.

Si la cuerda está fija por los dos extremos, esto significa que esos dos extremos son nodos, y habrá, por tanto, un nodo para x = 0 y otro para x = L.

Si se aplica la condición de nodo de una onda estacionaria a uno de los extremos y hacemos x=L:

$$L = n\,\frac{\lambda}{2}$$

Despejando la longitud de onda: $\boxed{\lambda = \frac{2L}{n}}$ siendo n = 1, 2, 3,…

Para longitudes de ondas intermedias, la interferencia de ondas que se reflejan en los extremos es destructiva y no se generan ondas estacionarias.

Cada modo normal de vibración lleva asociada una frecuencia: $f = \frac{\upsilon}{\lambda}$

Sustituyendo: $\boxed{f = \frac{n \cdot \upsilon}{2L}}$

La frecuencia de resonancia más baja se llama **frecuencia fundamental** y el modo de vibración que origina se llama **primer armónico**. El **segundo armónico** se produce para una frecuencia doble de la frecuencia fundamental, el tercero para una frecuencia **triple** y así sucesivamente.

El primer armónico tienen un vientre o antinodo, el segundo dos y así sucesivamente.

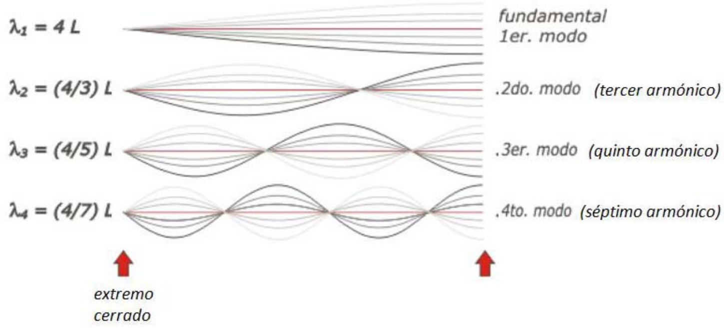
El sonido que se forma en una cuerda es la mezcla de armónicos, es decir, de sonidos cuyas frecuencias son múltiplos de la frecuencia del sonido fundamental.

Esta condición es la que deben cumplir todas las ondas estacionarias que se creen en esta cuerda y que vienen descritos en la tabla siguiente:

n	Modo de vibración	Longitud de onda	Frecuencia	Descripción
0	Fundamental	$\lambda_1 = 2\,L$	$f_1 = \frac{\upsilon}{2L}$	2 nodos 1 vientre
1	Segundo armónico	$\lambda_2 = \frac{2L}{2} = \frac{\lambda_1}{2}$	$f_2 = 2\frac{\upsilon}{2L} = 2\,f_1$	3 nodos 2 vientres
2	Tercer armónico	$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = \frac{\lambda_1}{3}$	$f_2 = 3\frac{\upsilon}{2L} = 3\,f_1$	4nodos 3 vientres
3	Cuarto armónico	$\lambda_4 = \frac{2L}{4} = \frac{\lambda_1}{4}$	$f_2 = 4\frac{\upsilon}{2L} = 4\,f_1$	5 nodos 4 vientres

8.4.- Ondas estacionarias en una cuerda fija por un extremo.

En este caso, en el extremo fijo habrá siempre un nodo, ya que ese punto no se puede mover, y en el extremo libre, un vientre. En el modo fundamental de vibración solo habrá un nodo y un vientre.



Si se aplica la condición de vientre de una onda estacionaria al extremo libre y hacemos x = L:

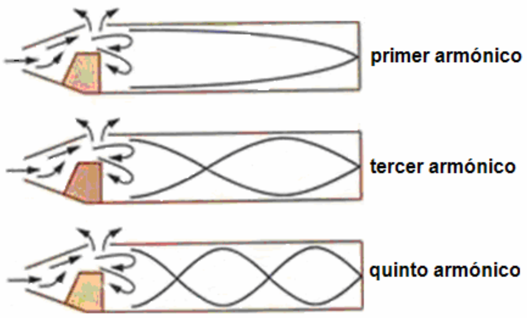
$$L = (2n + 1)\ \frac{\lambda}{4}$$

Se forman ondas estacionarias en una cuerda fija por un extremo si su longitud de onda con tiene un número impar de cuartos de longitudes de onda. En esta situación no existe los armónicos pares.

La longitud de onda: $\boxed{\lambda = \dfrac{4L}{2n+1}}$ y la frecuencia asociada: $\boxed{f = (2n+1)\dfrac{\upsilon}{4L}}$

n	Modo de vibración	Longitud de onda	Frecuencia	Descripción
0	Fundamental	$\lambda_1 = 4\ L$	$f_1 = \dfrac{\upsilon}{4L}$	1 nodo 1 vientre
1	Tercer armónico	$\lambda_2 = \dfrac{4L}{3} = \dfrac{\lambda_1}{3}$	$f_2 = 3\dfrac{\upsilon}{4L} = 3\ f_1$	2 nodos 2 vientres
2	Quinto armónico	$\lambda_3 = \dfrac{4L}{5} = \dfrac{\lambda_1}{5}$	$f_2 = 5\dfrac{\upsilon}{4L} = 5\ f_1$	3 nodos 3 vientres
3	Séptimo armónico	$\lambda_4 = \dfrac{4L}{7} = \dfrac{\lambda_1}{7}$	$f_2 = 7\dfrac{\upsilon}{4L} = 7\ f_1$	4 nodos 4 vientres

8.5.- Ondas estacionarias en un tubo sonoro con un extremo abierto.



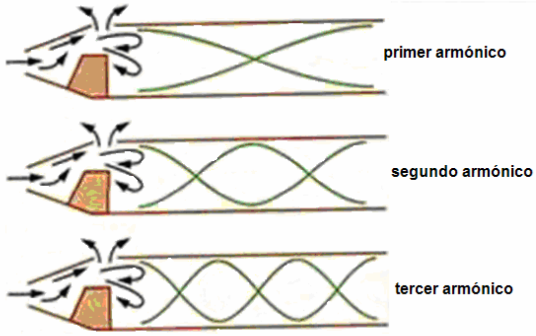
Los instrumentos musicales de viento como clarinete, saxofón, etc. tienen una boquilla que contiene una lengüeta que vibra al soplar por la boquilla. La vibración de la lengüeta en el extremo abierto del tubo, se propaga por el aire de su interior hasta llegar al extremo cerrado. Aquí la onda se refleja. La superposición de la onda incidente y de la reflejada produce ondas estacionarias dentro del tubo. En el extremo abierto tendrá un vientre y en el extremo cerrado un nodo. Como la frecuencia de la lengüeta es fija, variando la longitud del tubo, L, se pueden obtener más o menos nodos (y vientres).

Si se aplica la condición de vientre de una onda estacionaria al extremo libre y hacemos x = L:

$$L = (2n + 1)\ \frac{\lambda}{4}$$

Despejando la longitud de onda: $\boxed{\lambda = \dfrac{4L}{2n+1}}$ y la frecuencia: $\boxed{f = (2n+1)\dfrac{\upsilon}{4L}}$

8.6.- Ondas estacionarias en tubos con los dos extremos abiertos



Si el tubo está abierto por los dos extremos se pueden formar ondas estacionarias que tengan un vientre en cada extremo.

$L = n\,\dfrac{\lambda}{2}$ siendo n = 1, 2, 3,…

Despejamos la longitud de onda: $\boxed{\lambda = \dfrac{2L}{n}}$

La frecuencia será: $\boxed{f = n\,\dfrac{\upsilon}{2L}}$

Resumen de fórmulas de fenómenos ondulatorios

Ley de Snell para la reflexión	$\hat{i} = \hat{r}$
Ley de Snell para la refracción:	$\frac{\text{sen}\,\hat{i}}{\text{sen}\,\hat{r}} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_1}{n_2}$ ó $n_{incidente} \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_{refractado} \cdot \text{sen}\,\hat{r}$
Índice de refracción	$n = \frac{c}{\upsilon}$
Ángulo límite	$\hat{L} = \text{arcosen}\,\frac{n_{refractado}}{n_{incidente}}$
Efecto Doppler. **Foco en movimiento- receptor fijo.**	$f_R = \frac{f \cdot \upsilon}{\upsilon \pm v_F}$
Efecto Doppler. **Foco fijo- receptor en movimiento.**	$f_R = \frac{f(\upsilon \pm v_R)}{\upsilon}$
Efecto Doppler. **Emisor y receptor en movimiento.**	$f_R = \frac{f(\upsilon \pm v_R)}{\upsilon \mp v_F}$
Interferencia de ondas	$y = A_r \cdot \text{sen}\,\frac{2\omega t - k(x_2 + x_1)}{2}$ $\quad A_r = 2A\cos\frac{k(x_2 - x_1)}{2}$
Interferencia constructiva (vientres)	$x_2 - x_1 = n \cdot \lambda$
Interferencia destructiva (nodos)	$x_2 - x_1 = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$
Ecuación de una onda estacionaria.	$y = A_r \cos(\omega t)$ $\quad A_r = 2 \cdot A \cdot \text{sen}(kx)$
Posición de vientres y nodos para onda estacionaria	vientres: $x = (2n + 1)\,\frac{\lambda}{4}$ $\quad$ nodos: $x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$
Distancia entre dos vientre o dos nodos consecutivos	$\frac{\lambda}{2}$
Cuerda fija por sus dos extremos y tubo sonoro abierto en sus dos extremos	$\lambda = \frac{2L}{n}$ $\quad f = \frac{n \cdot \upsilon}{2L}$
Cuerda fija por un extremo y tubo sonoro abierto en un extremo.	$\lambda = \frac{4L}{2n+1}$ $\quad f = (2n+1)\frac{\upsilon}{4L}$

Problemas de fenómenos ondulatorios

1.- Se tienen dos superficies planas y reflectante que forman un ángulo de 90º. Si llega un rayo de luz a una de ellas con un ángulo de 25º, calcula el ángulo cuando se haya reflejado en la segunda.

2.- Una onda que se propaga por una cuerda viene descrita por la ecuación, en unidades del SI:
$y = 0'05 \cdot \text{sen}\,(10 \cdot t - 2 \cdot x)$
Si la cuerda está fija por un extremo a la pared, escriba la ecuación de la onda reflejada.

3.- a) Un rayo de luz que se propaga por el aire llega a la superficie de separación con el agua formando un ángulo de 30º. Calcula el ángulo de refracción y la velocidad en el agua. b) Si la frecuencia de la luz es $4'45 \cdot 10^{14}$ Hz, calcula la longitud de onda en el aire y en el agua. Datos: $n_{agua} = 1'3$, $c = 3 \cdot 10^8\ ms^{-1}$

4.- Calcula el ángulo límite para un rayo de luz que pasa del vidrio al aire y explica qué ocurrirá cuando el ángulo de incidencia sea de 45º y 40º. Dato: $n_{vidrio} = 1'5$

5.- Una onda electromagnética que en el vacío tiene una longitud de onda de 550 nm penetra en un medio de índice de refracción 1'5. Calcula en este medio: a) Su velocidad. b) Su longitud de onda.

6.- La velocidad de una onda en un determinado medio es 1'0 m/s y su longitud de onda, 50 cm. Alcanza otro medio con un ángulo de incidencia de 30º, siendo la longitud de onda ahora de 12'5 cm. Calcula: a) La frecuencia de la onda. b) El ángulo de refracción. c) el índice de refracción del segundo medio respecto del primero.

7.- Una onda de naturaleza eléctrica viene descrita por la ecuación, en unidades del SI:
$E = 0'5 \cdot \text{sen}\,(3 \cdot 10^{10}\, t - 175\, x)$. Calcula: a) Su longitud de onda y su frecuencia temporal. b) El índice de refracción del medio en el que se propaga la onda respecto del vacío donde se desplaza a $3 \cdot 10^8\ ms^{-1}$.

8.- Un rayo luminoso incide sobre una superficie plana de separación aire-líquido. Cuando el ángulo de incidencia es de 45º, el de refracción vale 30º. ¿Qué ángulo de refracción se produciría si el haz incidiera con un ángulo de 60º?

9.- Una partícula de tierra está incrustada bajo la superficie de una plancha de hielo (n = 1'309). Su profundidad aparente ¿es mayor o menor que la profundidad real? Justifica la respuesta.

10.- Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1'5 y de 1 cm de espesor, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30º con la normal a la cara. Calcule:
a) El ángulo que forma con la normal el rayo que emerge de la lámina Efectúe la construcción geométrica correspondiente. b) La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

11.- Explica por qué se puede oír a una persona hablando detrás de una esquina pero no se la puede ver.

12.- Un camión de bomberos se desplaza por la carretera a una velocidad de 144 km/h, mientras hace sonar su sirena con una frecuencia de 1000 Hz. Calcula la frecuencia con que un peatón situado al lado de la carretera recibirá el sonido, en el caso de que: a) el camión se aleja del peatón. b) el camión se aproxima el peatón. Dato: $\nu_{sonido} = 340$ m/s

13.- La bocina de un automóvil estacionado emite un sonido cuya frecuencia es de 420 Hz. Calcula la frecuencia que percibe un ciclista que se mueve hacia el coche a una velocidad de 30 km/h. Dato : v_{sonido} = 340 m/s

14.- Una ambulancia que se desplaza por una carretera a 72 km/h lleva encendida la sirena, que emite un sonido de 420 Hz de frecuencia. Calcula la frecuencia que percibirá el conductor de un automóvil que transita por la misma carretera con una velocidad de 50 km/h según se acerque a la ambulancia o se aleje de ella. Dato: v_{sonido} = 340 m/s

15.- Dos ondas $y_1 = 0'3 \cos(200t - 0'05x_1)$ e $y_2 = 0'3 \cos(200t - 0'05x_2)$ se propagan por el mismo medio. Si las ondas se anulan en un punto distante 10 m del centro emisor de la primera onda, calcula el valor más pequeño de la distancia a la que se puede encontrar el segundo foco.

16.- Se produce la interferencia de dos ondas armónicas coherentes: $y_1 = 0'5 \cdot \text{sen}(100 \cdot t - 2 \cdot x_1)$; $y_2 = 0'5 \cdot \text{sen}(100 \cdot t - 2 \cdot x_2)$ (en unidades del SI). Determina: a) La función de onda resultante. b) El valor de la amplitud resultante en un punto que dista 5 m y 7 m de los dos focos emisores.

17.- Por una cuerda tensa, se transmiten simultáneamente dos ondas transversales de ecuaciones en el SI: $y_1 = 0'04 \cdot \text{sen}(10 \cdot x - 600 \cdot t)$ y $y_2 = 0'04 \cdot \text{sen}(10 \cdot x + 600 \cdot t)$
Escribe la ecuación de la perturbación que aparece en la cuerda.

18.- En una cuerda tensa se ha generado una onda estacionaria cuya ecuación en unidades del SI, es: $y = 0'02 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot x) \cdot \text{sen}(40 \cdot \pi \cdot t)$. Determina la amplitud, la frecuencia y la longitud de onda de las ondas que por superposición originaron esa onda estacionaria.

19.- a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0'4 m de longitud, sujeta por los dos extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda en la cuerda es de 352 m s^{-1}. b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda en una guitarra, el sonido resulta más agudo.

20.- En una cuerda tensa, sujeta por sus extremos, se tiene una onda de ecuación:

$$y = 0'02 \text{ sen}(4\pi x) \cos(200\pi t) \text{ (S.I.)}$$

Indicar el tipo de onda de que se trata y calcular razonadamente la longitud mínima de la cuerda que puede contener esa onda. ¿Podría existir esa onda en una cuerda más larga?

21.- Por una cuerda tensa fija por sus dos extremos y longitud 50 m, se propaga transversalmente una vibración de 100 Hz de frecuencia. Si se forma una onda estacionaria con tres vientres, determina: a) La velocidad de propagación de las ondas en la cuerda. b) El valor de otra frecuencia inferior que también origine una onda estacionaria en la cuerda.

22.- La cuerda Mi de un violín vibra a 659'26 Hz en el modo fundamental. La cuerda tiene una longitud de 32 cm: a) Obtén el período de la nota Mi y a velocidad de las ondas en la cuerda. b) ¿En qué posición (refiérela a cualquiera de los dos extremos) se debe presionar la cuerda para producir la nota Fa, de 98'46 Hz de frecuencia? c) Si se produce con el violín un sonido de 10^{-4} W de potencia, calcula la distancia a la que habría que situase para escucharlo con una intensidad de 50 dB. Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

23.- Un tubo de longitud L = 34 cm tiene sus dos extremos abiertos a la atmósfera, donde el sonido se propaga con una velocidad v = 340 m/s. a) Calcula la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formará una onda estacionaria en el interior del tubo. Representa esta onda estacionaria, indicando la posición de nodos y vientres. b) Contesta las mismas cuestiones del apartado anterior, suponiendo ahora que el tubo tiene un extremo abierto y otro cerrado.

Problemas de Selectividad

1.- (Junio 2005). La ecuación de una onda en una cuerda es: $y(x,t) = 0'4 \text{sen} 12\pi x \cos 40\pi t$ (S.I.). a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación. b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

2.- (Junio 2006) a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz con ayuda de un esquema. b) Un haz de luz pasa del aire al agua. Razone cómo cambian su frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

3.- (Junio 2007) Un haz de luz de $5 \cdot 10^{14}$ Hz viaja por el interior de un diamante.
a) Determine la velocidad de propagación y la longitud de onda de esa luz en el diamante.
b) Si la luz emerge del diamante al aire con un ángulo de refracción de 10º dibuje la trayectoria del haz y determine el ángulo de incidencia.
Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}, $n_{diamante} = 2'42$

4.- (Junio 2009) a) Razone que características tienen que tener dos ondas que se propaguen por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria. b) Explique qué valores de la longitud de onda pueden darse, si la longitud de la cuerda es L.

5.- (Junio 2009) Una antena emite una onda de radio de $6 \cdot 10^7$ Hz.
a) Explique las diferencias entre esa onda y una onda sonora de la misma longitud de onda y determine la frecuencia de esta última.
b) La onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a 0'75 c. Determine su frecuencia y su longitud de onda en ese medio.
Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}, $v_s = 340$ ms^{-1}.

6.- (2010) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz.
b) ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación la luz incidente, reflejada y refractada? Razone las respuestas.

7.- (Junio 2011) Una onda electromagnética tiene en el vacío una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7}$ m. a) Explique qué es una onda electromagnética y determine la frecuencia y el número de onda de la onda indicada. b) Al entrar la onda en un medio material su velocidad se reduce a a 3c/4. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en ese medio. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}

8.- (Junio 2012) Una onda en una cuerda viene descrita por: $y(x,t) = 0'5 \cos x \cdot \text{sen}(30\,t)$ (S. I.)
a) Explique qué tipo de movimiento describen los puntos de la cuerda y calcule la máxima velocidad del punto situado en x = 3'5 m.
b) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de las ondas cuya superposición darían origen a la onda indicada.

9.- Junio (2013) Un haz compuesto por luces de colores rojo y azul incide desde el aire sobre una de las caras de un prima de vidrio con un ángulo de incidencia de 40º.
a) Dibuje la trayectoria de los rayos en el aire y tras penetrar en el prisma y calcule el ángulo que forman entre si los rayos en el interior del prima si los índice de refracción son $n_{rojo} = 1'612$ para el rojo y $n_{azul} = 1'671$ para el azul, respectivamente.
b) Si la frecuencia de la luz roja es de $4'2 \cdot 10^{14}$ Hz, calcule su longitud de onda dentro del prisma. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}, $n_{aire} = 1$