MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE
RESUMEN

CINEMÁTICA

1. Decimos que una partícula describe un **movimiento vibratorio** cuando se mueve de forma periódica en torno a un punto de equilibrio.

2. Todo movimiento vibratorio se caracteriza por su periodo y su frecuencia.

3. El **periodo (T)** es el tiempo que invierte la partícula en realizar una oscilación completa. Se mide en s.

4. La **frecuencia (ν)** es el número de oscilaciones que realiza la partícula en una unidad de tiempo. Se mide en Hz.

5. Periodo y frecuencia son inversamente proporcionales.

$$T = \frac{1}{\nu} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

6. En el **movimiento armónico simple (MAS)** la posición de la partícula viene descrita por la expresión siguiente:

$$x(t) = A\, sen(\omega\, t + \phi)$$

x: elongación: posición de la partícula respecto al punto de equilibrio.
A: Amplitud: distancia máxima respecto al punto de equilibrio.
ω: Frecuencia angular: indica la rapidez con la que vibra la partícula. Se mide en rad/s. Se relaciona con la frecuencia mediante la siguiente expresión:

$$\omega = 2\pi\, \nu$$

t: Tiempo
φ: Fase inicial. Nos informa a cerca de la posición inicial de la partícula. Se mide en rad.

7. La **velocidad** de la partícula en el MAS se obtiene derivando la posición respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega\, A \cos(\omega\, t + \phi)$$

8. La velocidad puede expresarse en función de la posición:

$$v(x) = \omega\, \sqrt{A^2 - x^2}$$

9. La velocidad de un oscilador armónico se anula en los extremos (x = ± A) y alcanza su valor máximo en x = 0:

$$v_{MAX} = \omega\, A$$

10. La **aceleración** de una partícula que oscila con MAS es:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\,\omega^2 A\, sen(\omega\, t + \phi)$$

11. La aceleración puede expresarse en función de la posición:

$$a(x) = -\omega^2 x$$

12. La aceleración en el MAS se opone siempre a la elongación. Siempre está dirigida hacia el punto de equilibrio. Se anula en el origen y alcanza su valor máximo en los extremos (x = ± A):

$$a_{MAX} = \omega^2 A \qquad \text{(en módulo)}$$

13. Entre los valores máximos de la aceleración y la velocidad es posible hallar la siguiente relación:

$$\frac{a_{MAX}}{v_{MAX}} = \omega$$

DINÁMICA

1. La **fuerza** que da lugar a un MAS tiene una expresión análoga a la de una fuerza elástica:

$$F = -k\,x$$

   Se trata de una fuerza central, ya que está dirigida siempre hacia el punto de equilibrio.

2. La **constante k** recibe el nombre de constante **elástica** o constante **recuperadora**. Se define como:

$$k = m\,\omega^2$$

   Se mide en N/m. Es frecuente expresarla también en N/cm.

3. Por ser una fuerza central, F es **conservativa**. Por tanto la partícula que oscila con MAS tiene asociada una **energía potencial elástica** dada por:

$$E_p = \frac{1}{2}k\,x^2$$

4. La energía potencial elástica se anula en el punto de equilibrio y alcanza su valor máximo en los extremos:

$$(E_p)_{MAX} = \frac{1}{2}k\,A^2$$

5. Como la fuerza en el MAS es conservativa, la **energía mecánica** de una partícula que oscila con MAS es constante:

$$E_m = \frac{1}{2}m\,v^2 + \frac{1}{2}k\,x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\left[\omega^2\left(A^2 - x^2\right)\right] + \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 - \frac{1}{2}m\,\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}k\,x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\,\omega^2\,A^2 = \frac{1}{2}k\,A^2$$

6. Al acercarse a los extremos, la energía cinética se va transformando en potencial. Cuando la partícula se dirige hacia el punto de equilibrio, la partícula pierde energía potencial y gana energía cinética. En todo momento, la suma de ambas energías permanece constante.

OSCILADORES ARMÓNICOS DE ESPECIAL INTERÉS

1. Cuando colgamos una masa m de un **muelle vertical**, éste se alarga una longitud Δl hasta que alcanza una nueva situación de equilibrio. En ese momento, podemos establecer la siguiente relación:

$$k = \frac{m\,g}{\Delta l}$$

2. Para pequeñas oscilaciones, un **péndulo simple** se comporta como un oscilador armónico. Si llamamos l a la longitud del hilo del péndulo y m a la masa que cuelga de él, tenemos:

$$k = \frac{m\,g}{l}$$

3. Teniendo en cuenta la definición de k, podemos obtener para un **péndulo** las siguientes relaciones:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad\qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$