

## PROBLEMAS DE CAMPO GRAVITATORIO

### Leyes de Kepler

1. Calcula la distancia media que separa a Saturno del Sol, sabiendo que el tiempo que tarda en recorrer la órbita son 29,49 veces el de la Tierra siendo el radio de la órbita terrestre de  $14,27 \cdot 10^7$  km. *Sol.  $14,27 \cdot 10^9$  km*

2. Calcula la masa del Sol si la distancia media tierra-sol es de  $14,27 \cdot 10^7$  km.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad . \quad \text{Sol. } 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

3. Marte describe una órbita alrededor del Sol cuyo radio es 1,5 veces el de la Tierra, supuestas circulares. ¿Cuántos años terrestres tarda en recorrer su órbita? *Sol. 1,83 años*

4. Io es una de las lunas de Júpiter, cuya órbita es aproximadamente circular y de radio  $4,20 \cdot 10^8$  m, siendo su periodo de  $1,53 \cdot 10^5$  s. Calcular el radio de la órbita de Calixto, otra de las lunas, que tiene un periodo de  $1,44 \cdot 10^6$  s. *Sol.  $1,87 \cdot 10^9$  m*

5. Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine: a) la masa de Marte b) el periodo de revolución de Deimos c) la energía mecánica de Deimos d) módulo del momento angular de Deimos respecto del centro de Marte

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$   $M_{\text{fobos}} = 1,1 \cdot 10^{16} \text{ kg}$   $M_{\text{deimos}} = 2,4 \cdot 10^{15} \text{ kg}$

*Sol.  $6,5 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ ; 30,25 h ; 1353 m/s ;  $2,19 \cdot 10^{21} \text{ J}$ ;  $7,6 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2 / 2$*

### Fuerza gravitatoria e intensidad de campo gravitatorio

6. El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 km y el de Marte de 3440 km. Si un objeto pesa en la Tierra 200 N, ¿cuánto pesará en Marte? La masa de Marte es 0,11 veces la terrestre. *Sol. 75 N*

7. La intensidad del campo gravitatorio de Marte es  $3,7 \text{ m/s}^2$  y su radio es  $3,4 \cdot 10^6$  m. Hallar la masa de Marte. *Sol.  $6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$*

8. En el punto A(2,0) se sitúa una masa de 2 kg y en el punto B(5,0) se coloca otra masa de 4 kg. Calcula la fuerza resultante que actúa sobre una tercera masa de 5 kg cuando se coloca en el origen de coordenadas y cuando se sitúa en el punto C(2,4).

*Sol.  $2,2 \cdot 10^{10}$  j y  $9 \cdot 10^{-11} \text{ N}$*

9. Situamos una masa de 2 kg en el origen de un sistema de coordenadas y otra de 4 kg en (6,0). Calcula el potencial gravitatorio en B(3,0) y en C (3,4) así como el trabajo necesario para llevar una masa de 5 kg desde B hasta C. *Sol.  $- 8 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$  ;  $- 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ J}$*

10. Dos masas puntuales  $m_1 = 5 \text{ kg}$  y  $m_2 = 10 \text{ kg}$  se encuentran situadas en el plano XY en dos puntos de coordenadas A(0,1) y B(0,7) respectivamente. Se pide:

- Campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto de coordenadas C ( 4, 4 ).
- Trabajo necesario para trasladar una masa de 1 kg situada en el punto ( 0 , 4 ) hasta el punto ( 4, 4 ) en presencia de las otras dos masas.
- ¿Qué interpretación física tiene el signo del trabajo calculado?

Datos:  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$  Nota: Todas las coordenadas espaciales están dadas en metros. Sol. a)  $-3,21 \cdot 10^{-11} i + 8,0 \cdot 10^{-12} j \text{ ( N. Kg}^{-1} \text{ )}$  b)  $-13,4 \cdot 10^{-11} \text{ J}$  c) *negativo, en contra del campo*

### Satélites artificiales y cohetes

11. Un satélite artificial gira en torno a la tierra con una órbita de 7000 km de radio. Calcula la velocidad y el periodo de revolución del satélite suponiendo que la masa de la Tierra es  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Sol. *7600 m/s y 1,6 horas*

12. Un satélite terrestre es sincrónico o geostacionario cuando tiene el mismo periodo de revolución que el periodo de rotación de la Tierra (24 horas). Por tanto, el satélite se encontrará en el mismo punto por encima de la superficie terrestre, ¿ qué altura será esa? Datos:  $M_t = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  . Sol. *35000000 m*

13. Calcular el trabajo necesario para cambiar la órbita de un satélite desde una que tiene un radio que es 2 veces el de la Tierra a otra que es 4 veces R tierra. Sol.  *$GMm/8Rt$*

10. Hallar la velocidad con la que lanzar un cohete desde la superficie de la Tierra hasta una altura equivalente dos veces el radio terrestre. Sol. *9120 m/s*

11. Se quiere poner en órbita un satélite artificial de 60 kg que describa una órbita circular en plano ecuatorial con una altura equivalente al radio terrestre. Calcular la energía mínima para lanzarlo. Sol.  *$2,8 \cdot 10^9 \text{ J}$*

12. Un satélite de 500 kg orbita circularmente a 400 km de altitud sobre la superficie terrestre. Determina la velocidad orbital y el periodo de revolución así como la energía mecánica del satélite. Sol.  *$7,74 \text{ m/s}$ ,  $1,53 \text{ h}$ ,  $-1,53 \cdot 10^{10} \text{ J}$*

13. Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v. Si se desprecia el rozamiento, a) calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre? Sol.  *$7913 \text{ m/s}$ ,  $1190 \text{ m/s}$ ; si escapará.*

14. a) calcula la velocidad de escape de un cuerpo situado sobre la superficie terrestre.

b) Calcula la velocidad de escape para una partícula situada en el interior del cinturón de radiación de Van Allen, a una altura de 16000 km sobre la superficie terrestre. Sol. *5960 m/s*

15. Un satélite de 250 kg de masa, está en órbita circular en torno a la Tierra a una altura de 500 km sobre su superficie. Calcula su velocidad y su periodo de revolución. ¿Cuál es la energía involucrada en el proceso de poner al satélite en órbita con esa velocidad? Datos: Radio de la Tierra = 6380 km y  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Sol.  $7600 \text{ m/s}$ ;  $1,6 \text{ h}$ ;  $-7,5 \cdot 10^9 \text{ J}$

16. Se pone en órbita un satélite artificial de 600 Kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcule :

a) ¿Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite?. sol  $5,955 \cdot 10^9 \text{ J}$

b) Qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita. Sol.  $1,58 \cdot 10^{10} \text{ J}$

Datos:  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$   $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$   $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

17. Un satélite artificial de 200 kg gira en una órbita circular a una altura " h " sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar:

a) La velocidad del satélite.  $6644 \text{ m/s}$

b) Su energía mecánica.  $4,41 \cdot 10^9 \text{ J}$

Datos :  $g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$   $R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ Km}$ .

18. Un satélite artificial de comunicaciones, de 500 kg de masa, describe una órbita circular de 9000 km de radio en torno a la Tierra. En un momento dado, se decide variar el radio de su órbita, para lo cual enciende uno de los cohetes propulsores del satélite, comunicándole un impulso tangente a su trayectoria antigua. Si el radio de la nueva órbita descrita por el satélite, en torno a la Tierra, es de 13000 km, calcula la velocidad del satélite en la nueva órbita y la energía involucrada en el proceso.

Sol.  $5500 \text{ m/s}$  y  $3,4 \cdot 10^9 \text{ J}$

19. un satélite de 2000 kg describe una órbita ecuatorial circular en torno a la Tierra de 8000 km de radio. Determinar: a) momento angular respecto al centro de la órbita b) energía cinética, potencial y total. Sol.  $1,129 \cdot 10^{14} \text{ kgm}^2/\text{s}$ ;  $(4,98, -9,9 \text{ y } -4,99) \times 10^{10} \text{ J}$

20. El planeta Venus describe una órbita ligeramente elíptica, siendo la distancia en el afelio de 0,728 UA hasta 0,718 UA en el perihelio. ¿Qué magnitudes físicas se conservan en la rotación de Venus? Sabiendo que la velocidad en el afelio es 34800 m/s, calcula la velocidad en el perihelio. Sol  $35300 \text{ m/s}$