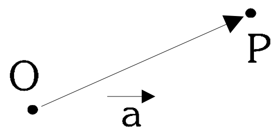
TEMA 0: VECTORES. CINEMÁTICA. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

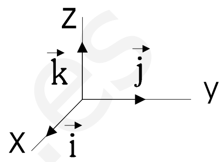
VECTORES:

Un vector es la representación matemática de una magnitud vectorial. Consiste en un segmento orientado, que contiene toda la información sobre la magnitud que estamos midiendo.

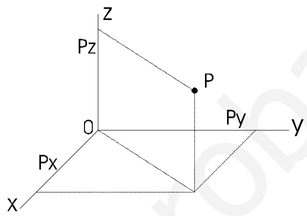


Partes del vector:
- Módulo: Longitud del segmento (valor de la magnitud: cantidad + unidades)
- Dirección: La de la recta en la que se encuentra el vector (llamada *recta soporte*)
- Sentido: Viene dado por la flecha. Dentro de la dirección, será + ó - , dependiendo del criterio que hayamos escogido en un principio.

Sistema de referencia: Un punto (O , origen, pto desde el cual medimos)
Tres vectores (perpendiculares y de módulo 1) : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

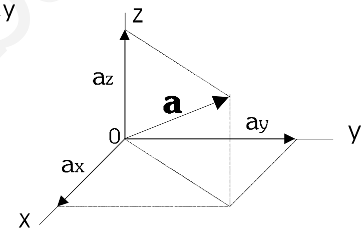


Coordenadas de un pto $P:(P_x, P_y, P_z)$



Componentes de un vector: $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$

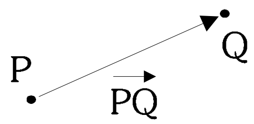
$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$



Módulo de un vector: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}$

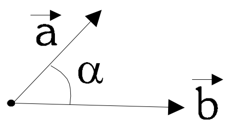
Vector unitario: $\vec{u}_a = \dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \dfrac{a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_x\vec{k}}{\sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}}$ $\qquad \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \vec{u}_a$

Vector entre dos puntos: $\overrightarrow{PQ}:(Q_x - P_x, Q_y - P_y, Q_z - P_z)$



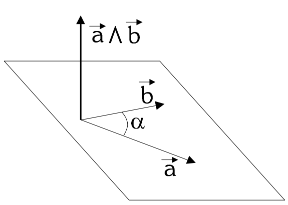
Producto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\alpha = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

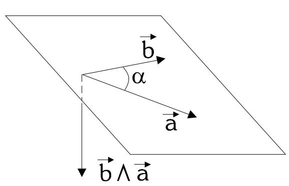
Ángulo entre dos vectores: $cos\alpha = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$



Producto vectorial

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$



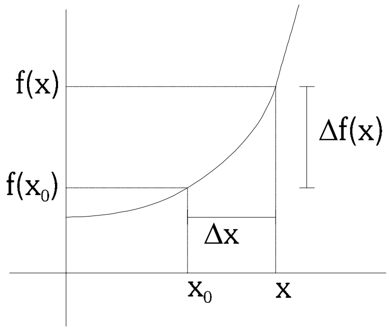


Módulo $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot sen\alpha$

Dirección: Perpendicular a ambos vectores

Sentido: regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar desde $\vec{a}$ hasta $\vec{b}$

DERIVADAS: Dada una función f(x) $\frac{df_{(x)}}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f_{(x)}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$



Propiedades fundamentales:

suma $\frac{d(f_{(x)} \pm g_{(x)})}{dx} = \frac{df_{(x)}}{dx} \pm \frac{dg_{(x)}}{dx}$ *La derivada de una suma (o diferencia) es la suma (o diferencia) de las derivadas.*

producto por nº $\frac{d(k \cdot f_{(x)})}{dx} = k \cdot \frac{df_{(x)}}{dx}$

Al multiplicar una función por un nº k, la derivada también se multiplica por k.

producto $\frac{d(f_{(x)} \cdot g_{(x)})}{dx} = \frac{df_{(x)}}{dx} \cdot g_{(x)} + f_{(x)} \cdot \frac{dg_{(x)}}{dx}$

cociente $\frac{d(f_{(x)} / g_{(x)})}{dx} = \frac{\frac{df_{(x)}}{dx} \cdot g_{(x)} - f_{(x)} \cdot \frac{dg_{(x)}}{dx}}{g_{(x)}^{2}}$

Función	***Derivada***
k=cte	*0*
x	*1*
$k \cdot x$	*k*
$k \cdot x^{n}$	$k \cdot n \cdot x^{n-1}$
cos(k·x)	*- k · sen(k·x)*
sen(k·x)	*k ·cos(k·x)*
ln x	*1/x*

Derivada de un vector: Para derivar una magnitud vectorial $\vec{a}$ cualquiera, se derivan sus componentes por separado.

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d\,a_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{d\,a_y}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{d\,a_z}{dt} \cdot \vec{k}$$

INTEGRALES INDEFINIDAS: Una función F(x) es la función integral (o función primitiva) de otra función f(x) cuando f(x) se obtiene al derivar F(x)

$$F(x) = \int f(x)\,dx \quad \rightarrow \quad f(x) = \frac{d[F(x)]}{dx}$$

Algunas propiedades:

$$\int \left[f_{(x)} \pm g_{(x)} \right] dx = \int f_{(x)} dx \pm \int g_{(x)} dx$$

La integral de una suma (o diferencia) es la suma (o diferencia) de las integrales

$$\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$$

Al multiplicar una función por un nº k cualquiera, la integral también se ve multiplicada por el mismo nº.

Función	***Integral***
0	*c=cte*
1	*x + c*
k	$k \cdot x + c$
x^{n}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
sen(x)	*- cos(x) + c*
cos(x)	*sen(x) + c*
1/x	*ln x + c*

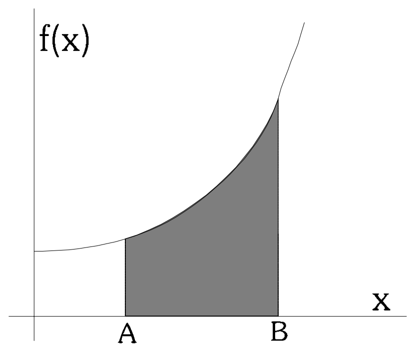
INTEGRALES DEFINIDAS: $\int_A^B f(x) \cdot dx$

El resultado de realizar una integral indefinida no es una función, sino un número real. Se calcula mediante la **Regla de Barrow**:

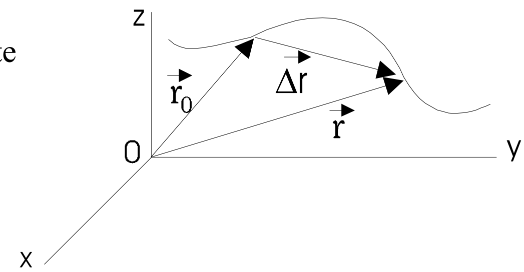
1º Se calcula la integral indefinida $F(x) = \int f(x)\,dx$

2º Se sustituye x por los valores de los extremos superior e inferior. Obtenemos F(B) y F(A)

3º Hacemos F(B) – F(A)



CINEMÁTICA (descripción del movimiento de una partícula):



<u>Vector de posición</u> Indica las coordenadas del móvil en cada instante
También llamado *ecuación de movimiento*.

$\vec{r}(t) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

$\vec{r}(t) = (x, y, z)$ $\qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

<u>Vector desplazamiento</u> $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$

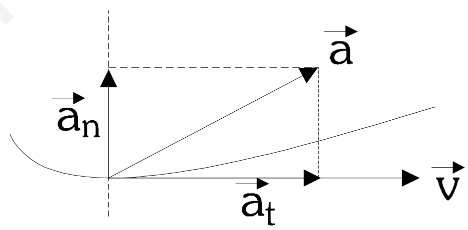
<u>Velocidad:</u>

<u>Velocidad media</u> $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

<u>Velocidad instantánea</u> Indica cómo cambia $\vec{r}$ con el tiempo $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ $\qquad [v] = \dfrac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$

<u>Aceleración</u> Indica cómo cambia $\vec{v}$ con el tiempo $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ $\qquad [a] = \dfrac{m/s}{s} = m \cdot s^{-2}$

<u>Componentes intrínsecas de la aceleración</u>**:**



$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \cdot \vec{u}_t + a_n \cdot \vec{u}_n$

$a^2 = a_t{}^2 + a_n{}^2$

<u>ac.tangencial</u> $\vec{a}_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} \cdot \vec{u}_t$ modifica $|\vec{v}|$ $\qquad a_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt}$

<u>ac. normal</u> $\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$ modifica la dirección de $|\vec{v}|$ $\qquad a_n = \dfrac{v^2}{R}$

R = radio de curvatura $\qquad \vec{u}_t = \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ vector unitario tangente

MOVIMIENTOS DE ESPECIAL INTERÉS:

Mov. rectilíneo uniforme (MRU): $\vec{a} = 0$; $\vec{v} = cte$; $\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t}$

La trayectoria es siempre una línea recta.

Mov. uniformemente acelerado (MUA): $\vec{a}$ = cte

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\ t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\ \vec{a} \cdot t^2 \end{array}}$$

La trayectoria puede ser

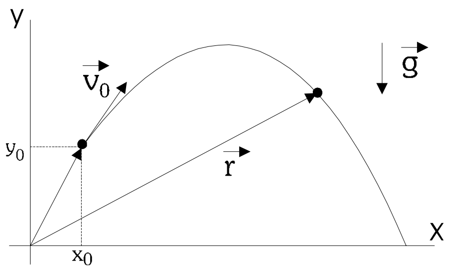
- Recta: si $\vec{v}_0$ y $\vec{a}$ son paralelas (MRUA)
- Curva (parabólica): si $\vec{v}_0$ y $\vec{a}$ no son paralelas

---

Tiro parabólico:

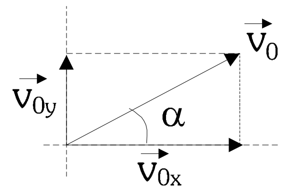
$\vec{a} = \vec{g} \sim -10\ \vec{j}\ m/s^2$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\ \vec{g} \cdot t^2 \qquad \boxed{\begin{array}{l} x = x_o + v_{ox} \cdot t \\ y = y_o + v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \end{array}}$$



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t \qquad \boxed{\begin{array}{l} v_x = v_{ox} = cte \\ v_y = v_{oy} - g \cdot t \end{array}}$$

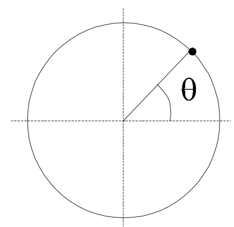
Descomposición de $\vec{v}_0$:



$v_{ox} = v_o \cdot cos\ \alpha$

$v_{oy} = v_o \cdot sen\ \alpha$

Mov. circular uniforme (MCU): Movimiento con $a_t = 0$; $a_n = cte \rightarrow R = cte$



Posición angular: $\theta = \theta_o + \omega\, t$ $\quad [\theta] = rad$

Velocidad angular: $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = cte$ $\quad [\omega] = rad \cdot s^{-1}$

Periodo: Tiempo en dar una vuelta. $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ $\quad [T] = s$

Frecuencia: nº de vueltas por segundo $\quad \upsilon = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ $\quad [\upsilon] = s^{-1} = Hz$

Aceleración $\quad a = a_n = \omega^2 \cdot R = \dfrac{v^2}{R}$

> Relación entre magnitudes angulares y lineales:
>
> $s = \theta \cdot R$
>
> $v = \omega \cdot R$
>
> $a_n = \omega^2 \cdot R$

Mov circular unif. Acelerado (MCUA): $\theta = \theta_o + \omega_o \cdot t + \frac{1}{2}\ \alpha \cdot t^2$ $\quad a_t = \alpha \cdot R$

ω varía con $\alpha = cte$ *(aceleración angular)* $\quad \alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ $\quad \omega = \omega_o + \alpha \cdot t$ $\quad [\alpha] = rad \cdot s^{-2}$

DINÁMICA DE LA PARTÍCULA:

Leyes de Newton:

1ª (ley de inercia): "*Todo cuerpo tiende a continuar en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que sobre él actúe una fuerza neta que le obligue a cambiar este movimiento.*"

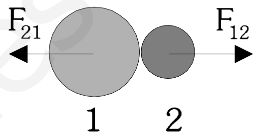
Si $\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} = cte$ (continúa en su estado de movimiento)

2ª (relación causa-efecto): "*El cambio de movimiento (aceleración) originado en una partícula es proporcional a la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la partícula, y va en la misma dirección y sentido que dicha resultante.*"

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

3ª (principio de acción-reacción): "*En toda interacción entre dos cuerpos, se ejercen dos fuerzas, una aplicada sobre cada cuerpo, que son iguales en módulo y dirección, y en sentidos contrarios".*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

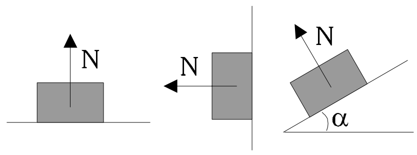


FUERZAS DE ESPECIAL INTERÉS:

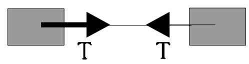
Peso: Fuerza que ejerce la Tierra (o el planeta que se esté estudiando) sobre un cuerpo. Su dirección y sentido apuntan hacia el centro del planeta. $\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$

Normal: Respuesta del plano a todas las fuerzas perpendiculares a él.

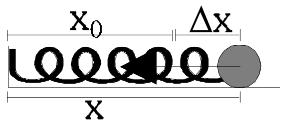
Cálculo: $\Sigma\vec{F}_y = 0$ si no hay movimiento en ese eje.



Tensión: Fuerza que ejerce un hilo tenso sobre sus extremos
Para una misma cuerda, el valor de T es el mismo en ambos extremos



Fuerza elástica: $\vec{F}_e = -K \cdot \Delta\vec{x}$
La ejercen los cuerpos elásticos sobre sus extremos al deformarlos.
Es proporcional al desplazamiento y se opone a éste.

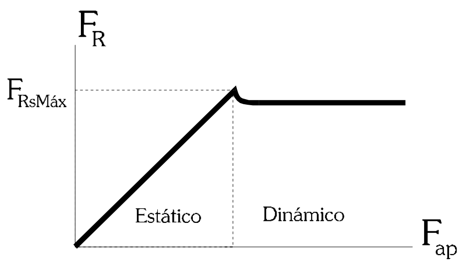


Fuerza de rozamiento: Debida a la rugosidad de las superficies en contacto

F Roz. estática: Mientras el cuerpo no se mueve $F_R = F_{aplicada}$

En el límite $F_{RsMAX} = \mu_s \cdot N$

F Roz. dinámica: Cuando se produce un deslizamiento $F_R = \mu \cdot N$



CANTIDAD DE MOVIMIENTO: Indica la intensidad de un movimiento. $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$[p] = kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

La cantidad de movimiento varía debido a la acción de las fuerzas que actúen sobre el cuerpo. $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$

Conservación: Si $\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = cte$

PROBLEMAS TEMA 0: VECTORES, CINEMÁTICA

1.- Sean los puntos: A: (4,2,-1); B: (-1,3,0); C: (0,-1,5); D: (2,2,2); P: (-1,2,3)

a) Calcular los vectores: $\vec{a} = \overrightarrow{PA}$ $\vec{b} = \overrightarrow{PB}$ $\vec{c} = \overrightarrow{PC}$ $\vec{d} = \overrightarrow{PD}$

b) Calcular: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} + \vec{c}$; $\vec{a} + \vec{d}$; $\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{b} + \vec{d}$; $\vec{c} + \vec{d}$; $7 \cdot \vec{a}$; $2 \cdot \vec{b}$; $-3 \cdot \vec{c}$; $-4 \cdot \vec{d}$; $6 \cdot \vec{a} - \vec{b}$; $3 \cdot \vec{b} - \vec{c}$; $4 \cdot \vec{d} - 5 \cdot \vec{a}$; $\vec{u}_a$; $\vec{u}_c$

c) Calcular: $\vec{d} \cdot \vec{a}$; $\vec{b} \cdot 2\,\vec{c}$; $3\,\vec{a} \cdot (-2\,\vec{c})$; $\vec{a} \wedge \vec{b}$; $\vec{c} \wedge \vec{d}$; $2\,\vec{a} \wedge \vec{d}$; $\vec{c} \wedge \vec{b}$; $(\vec{b} + \vec{c}) \wedge 2\,\vec{a}$; $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{d})$; $\vec{c} \cdot (\vec{d} \wedge \vec{a})$

2.- a) Calcular la derivada respecto al tiempo de las siguientes funciones:
$4t^2 - 5t + 1$; $3\cos(4t)$; $t - \frac{1}{2}t^3 + \ln t$

b) Calcular el vector derivada respecto al tiempo de los siguientes vectores:
$\vec{a} = 3t^2\,\vec{i} - 2\,\vec{j} + (5t + 3t^2)\,\vec{k}$; $\vec{b} = -2t\,\vec{j} + \text{sen}t\,\vec{k}$; $\vec{c} = \ln t\,\vec{i} + 2\cos t\,\vec{j} - 3t^3\,\vec{k}$

c) Calcular $\int 3x^2\,dx$ $\int 6x^4 + 3x\,dx$ $\int_1^3 3x^2\,dx$ $\int_0^\pi sen(x)\,dx$

3.- La fórmula que nos da la posición de una partícula que se mueve en línea recta es:
$x = 7t^3 - 2t^2 + 3t - 1$ (m) (es decir, $\vec{r} = (7t^3 - 2t^2 + 3t - 1)\,\vec{i}$ (m))
Calcular los vectores velocidad y aceleración, el espacio y la velocidad inicial en módulo, la posición a los 2 s. y a los 3 s., y el espacio recorrido entre t = 2 s. y t = 3 s.

4.- Una partícula lleva un movimiento en el eje X y en el eje Y de forma que la ecuación del vector de posición es:

$\vec{r} = (6t - 5)\,\vec{i} + (108\,t^2 - 108\,t + 80)\,\vec{j}$ (m). Calcular:

a) Expresiones del vector velocidad y del vector aceleración
b) Expresión, en función del tiempo, del módulo de la velocidad.
c) Velocidad y espacio iniciales.
d) Vector desplazamiento entre t = 2 s. y t = 3 s.

5.- Un cuerpo se desplaza hacia la derecha del eje X (semieje positivo) con una velocidad constante de 3 m/s. En el instante inicial se encuentra a 1 m. a la derecha del origen de coordenadas en el eje X. Determinar:
a) Vector de posición en cualquier instante
b) Vector desplazamiento y distancia recorrida entre t = 2 s. y t = 6 s.
c) Vectores velocidad y aceleración en cualquier instante.

6.- El movimiento de una partícula viene dado por $x = 2t + 3$; $y = t^2 + 5$; $z = t + 2$. (coordenadas dadas en metros).
Calcular $\vec{r}$ y $\vec{v}$. Calcular también un vector unitario tangente a la trayectoria para t = 1 s.

7.- En un movimiento se sabe que: $\vec{a}_n = 0$, $\vec{a}_t = 2\,\mathbf{i}$ (m/s^2), y para t = 1 s, se cumple que
$\vec{v}\,(1) = 2\,\vec{i}$ m/s y $\vec{r}\,(1) = \vec{i} + \vec{j}$ m
Calcular $\vec{v}$ y $\vec{r}$ para cualquier instante.

8. De un movimiento sabemos que se encuentra sometido únicamente a la acción de la gravedad, y que inicialmente se encontraba en el origen, moviéndose con una velocidad $\vec{v}_0 = 3\,\vec{i} - \vec{j}$ m/s. Calcula $\vec{r}$ y $\vec{v}$ para cualquier instante.

9.- Una pelota cae desde un tejado situado a 10 m de altura y que forma 30º con la horizontal, con una velocidad de 2 m/s. Calcula: a) ¿A qué distancia de la pared choca con el suelo? ; b) velocidad que lleva al llegar al suelo (desprecia el rozamiento con el aire)

10.- Un avión, que vuela a 500 m de altura y 100 ms^{-1} deja caer un paquete con provisiones a una balsa. ¿Desde qué distancia horizontal debe dejar caer el paquete para que caiga 10 m delante de la balsa? (despreciar el rozamiento)

11.- Un globo se encuentra inicialmente a 50 m de altura, y sufre una aceleración ascensional de 2 ms^{-2}. El viento hace que el globo tenga desde el principio una componente horizontal de velocidad constante e igual a 5 m/s.
a) ¿Qué tipo de movimiento es? ; b)Calcula la ecuación de movimiento;
c) Altura cuando ha avanzado horizontalmente 100 m.

12.- Desde una azotea soltamos una piedra de 1 kg en caída libre. Llega al suelo con una velocidad de 20 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire:
a) Calcula la altura de la azotea y el tiempo que tarda en caer.
b) ¿Cómo cambiaría el problema si la masa de la piedra fuera de 2 kg?

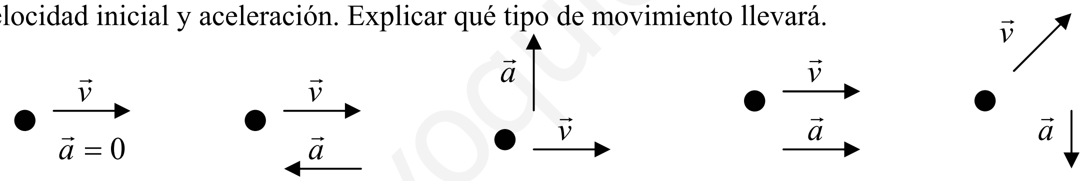
CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Razonar:
a) ¿Puede el módulo de un vector ser menor que 1? ¿Puede ser negativo?
b) ¿Qué condición deben cumplir dos vectores para que sean perpendiculares? ¿Y para que sean paralelos?
c) ¿Qué condición debe cumplirse para que una función que depende del tiempo se mantenga constante?

2. ¿Posee aceleración un coche que toma una curva a 60 km/h? Explicar

3. Indicar qué características tendrán los siguientes movimientos, dados por:
a) $\vec{v}$ = cte b) v = cte; c) $\vec{a}$ = cte con $\vec{a} \parallel \vec{v}_o$
d) a_n = cte , $a_t = 0$ e) a_n aumenta , $a_t = 0$ f) $\vec{a}$ = cte con $\vec{a}$ no $\parallel \vec{v}_o$
g) $a_n = 0$

4. Dibujar la trayectoria aproximada que seguiría en cada caso el punto móvil de la figura, atendiendo a los datos de velocidad inicial y aceleración. Explicar qué tipo de movimiento llevará.



SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS:

1.- a) (5,0,-4) ; (0,1,-3) ; (1,-3,2) ; (3,0,-1)
b) (5,1,-7) ; (6,-3,-2) ; (8,0,-5) ; (1,-2,-1) ; (3,1,-4) ; (4,-3,1); (35,0,-28) ; (0,2,-6) ; (-3,9,-6); (-12,0,4); (30,-1,-21) ; (-1,6,-11) ; (-13,0,16) ; (0.781, 0 , -0.625) ; (0.267 , 0.802 , -0.535)
c) 19 ; -18 ; 18 ; (4,15,5) ; (3,7,9) ; (0,-14,0) ; (7,3,1) ; (16,-2,20) ; 7 ; -21

2.- $8t - 5$; $-12 \operatorname{sen}(4t)$; $1 - 3/2\, t^2 + 1/x$
$6t\,\vec{i} + (5 + 6t)\,\vec{k}$; $-2\,\vec{j} + \cos t\,\vec{k}$; $1/t\,\vec{i} - 2 \operatorname{sen} t\,\vec{j} - 9t^2\,\vec{k}$
x^3 ; $6/5\, x^5 + 3/2\, x^2$; 26 ; 2

3.- $\vec{v} = (21t^2 - 4t + 3)\,\vec{i}$ (m/s) ; $\vec{a} = (42t - 4)\,\vec{i}$ (m/s²) ; x(0) = -1 m ; v(0) = 3 m/s ; $\vec{r}(2) = 53\,\vec{i}$ m ;
$\vec{r}(3) = 179\,\vec{i}$ m ; $\Delta x = 126$ m

4.- a) $\vec{v} = 6\,\vec{i} + (216t - 108)\,\vec{j}$ m/s ; $\vec{a} = 216\,\vec{j}$ m/s² ; b) $\sqrt{46656\,t^2 + 11700 - 46656\,t}$ m/s
c) $\vec{r}(0) = -5\,\vec{i} + 80\,\vec{j}$ (m) ; $\vec{v}(0) = 6\,\vec{i} - 108\,\vec{j}$ (m/s) ; d) $\Delta\vec{r} = 6\,\vec{i} + 432\,\vec{j}$ (m)

5.- a) $\vec{r} = (3t + 1)\,\vec{i}$ m ; b) $\Delta\vec{r} = 12\,\vec{i}$ m ; $\Delta r = 12$ m c) $\vec{v} = 3\,\vec{i}$ m/s; $\vec{a} = 0$ m/s²

6.- $\vec{r} = (2t + 3)\,\vec{i} + (t^2 + 5)\,\vec{j}$ m ; $\vec{v} = 2\,\vec{i} + 2t\,\vec{j} + \vec{k}$ m/s ; v = $5 + 4t^2$ m/s ; $\vec{u}_t(1)$ = (2/3 , 2/3 , 1/3)

7.- $\vec{v} = 2t\,\vec{i}$ (m/s) ; $\vec{r} = t^2\,\vec{i} + \vec{j}$ (m)

8.- $\vec{v} = 3\,\vec{i} - (1 + 10\,t)\,\vec{j}$ m/s ; $\vec{r} = 3\,t\,\vec{i} - (t - 5\,t^2)\,\vec{j}$ m

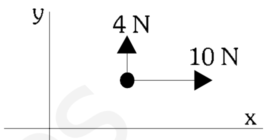
9.- a) 2,29 m ; b) $1{,}73\,\vec{i} - 14{,}2\,\vec{j}$ m/s

10.- 1010 m (ó 990 m, según se interprete la expresión “delante de la balsa”)

11.- b) $\vec{r} = 5\,t\,\vec{i} + (50 + t^2)\,\vec{j}$ m ; c) 450 m.

12.- a) h = 20 m ; t = 2 s

PROBLEMAS TEMA 0: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (I):



1. La partícula de la figura, de 2 kg, se encuentra inicialmente en reposo en el punto (4,3) m, y sufre únicamente las fuerzas indicadas. Calcular la aceleración que sufre dicha partícula, así como la velocidad que tendrá al cabo de 5 s.

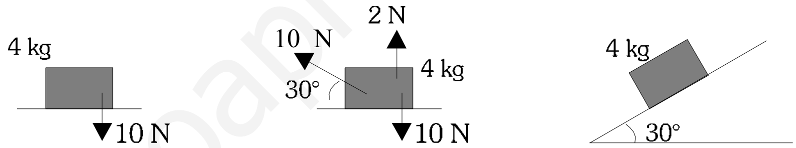
($\vec{a} = 5\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ m/s^2 ; $\vec{v} = 25\,\vec{i} + 10\,\vec{j}$ m/s)

2. Un electrón se mueve en el sentido positivo del eje y con una velocidad de $4 \cdot 10^5$ ms^{-1}. Un campo eléctrico hace que el electrón sufra una fuerza de $1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N en el sentido negativo del eje x. Sabiendo que la masa de un electrón es de $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, calcular la aceleración que sufre el electrón y su ecuación de movimiento. Dibujar aproximadamente la trayectoria que sigue el electrón.

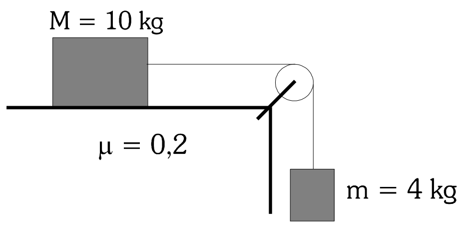
($\vec{a} = -\,1{,}75 \cdot 10^{14}\,\vec{i}$ ms^{-2} ; $\vec{r} = 4\cdot 10^5\,t\,\vec{j} - 8{,}79\cdot 10^{13}\,t^2\,\vec{i}$ m)

3. Calcular la reacción normal del plano en las siguientes situaciones.

(50 N , 43 N , 34,64 N)



4. En el sistema de la figura el bloque M = 10 kg puede deslizar sobre la superficie horizontal, siendo μ = 0,2 el coeficiente de rozamiento entre ambos. El bloque m = 4 kg, que cuelga libremente, está unido a M por un hilo inextensible que pasa a través de una pequeña polea. Las masas del hilo y de la polea son despreciables. Determinar:

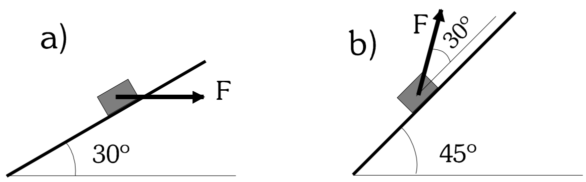


a) Aceleración del sistema formado por M y m.
b) Tensión del hilo
c) Valor de M para que el bloque m esté en reposo
d) ¿En qué cambiaría el problema si se hiciese en la Luna (g = 1,6 m/s^2) ?

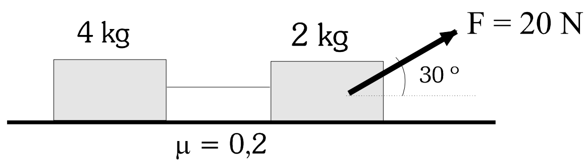
(a) 1,43 m/s^2 ; b) 34,29 N ; c) 20 kg ; d) a = 0,23 ms^{-2} , T = 5,49 N , el apartado c queda igual)

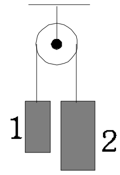
5.- Calcular F para que un cuerpo de 4 kg ascienda con velocidad constante, teniendo en cuenta que μ = 0,4, en los siguientes casos:

(a) 50,83 N ; b) 37,14 N)



6.- Dos bloques de masas m_1 = 2 kg y m_2 = 4 kg, unidos por un hilo de masa despreciable, se encuentran sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento de cada bloque con el suelo es μ = 0,2. Se aplica al bloque m_1 una fuerza F de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 30ı con la horizontal. Calcular la aceleración del sistema formado por los dos bloques y la tensión del hilo. *(a = 1,22 ms^{-2} , T = 12,88 N)*





7. En 1870, el científico británico Atwood, construyó un aparato (conocido como *máquina de Atwood*) para medir la relación entre fuerza y aceleración. El esquema básico de la máquina es el que aparece en la figura: dos masas m_1 y m_2 suspendidas de una polea mediante un hilo. Calcular la aceleración con la que se moverán los bloques (suponiendo $m_2 > m_1$).

($a = (m_2 - m_1)\, g / (m_2 + m_1)$)

8. Empujamos horizontalmente un bloque de 50 kg sobre una superficie rugosa. Se observa que, para empujes pequeños, el bloque no se mueve. Si queremos mover el bloque, debemos realizar una fuerza superior a 250 N. Calcular a partir de estos datos el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu = 0{,}5$)

9. Colocamos un bloque de 20 kg sobre una tabla rugosa. Vamos inclinando poco a poco la tabla. Al principio no se produce el deslizamiento. Al seguir inclinando y llegar a un ángulo de 30°, conseguiremos que el bloque deslice. Calcular el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu = 0{,}57$)

10. Una locomotora tiene una masa de 10 toneladas, y arrastra una vagoneta de 5 toneladas. La fuerza que impulsa la locomotora es de 75000 N y el coeficiente de rozamiento con la vía es de 0,25. Calcular la aceleración que adquiere el tren, así como la fuerza que tienen que soportar los enganches entre vagones.

($a = 2{,}5\ m/s^2$; $T = 25000\ N$)

11 Una escopeta de 5 kg dispara una bala de 15 g con una velocidad de 500 m/s. Calcular la velocidad de retroceso de la escopeta. ($\vec{v}_e = -1{,}5\ \vec{i}\ m/s$)

12. Un niño, cuya masa es de 40 kg, está encima de un monopatín, de 3 kg de masa,. En un instante, el niño salta hacia delante con una velocidad de 1 m/s. Calcular la velocidad con la que se mueve el monopatín.

($\vec{v} = -13{,}3\ \vec{i}\ m/s$)

13. Una persona de 60 kg corre , a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta, salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. ($\vec{v} = 7{,}7\ \vec{i}\ m/s$)

14.- El vector de posición de un avión respecto a la torre del aeropuerto es $\vec{r}_A = 3\,t^2\,\vec{i} + 2\,\vec{j} + t\,\vec{k}$ (m), y el de un coche respecto a la misma torre es $\vec{r}_C = 5\,t\,\vec{i} + 2\,t\,\vec{j}$ (m).

a) ¿Es el coche un sistema de referencia inercial? ¿Y el avión? ¿Por qué?

b) Calcular $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ del avión respecto al aeropuerto y al coche.

a) El coche sí ($\vec{v}$ = cte, $\vec{a} = 0$); el avión no ($\vec{a} \neq 0$)

b) respecto a la torre $\vec{r}_A = 3t^2\,\vec{i} + 2\,\vec{j} + t\,\vec{k}\ (m)$; $\vec{v}_A = 6t\,\vec{i} + \vec{k}\ (m/s)$; $\vec{a}_A = 6\,\vec{i}\ (m/s^2)$

respecto al coche $\vec{r}\,' = (3t^2-5t)\,\vec{i} + (2-2t)\,\vec{j} + t\,\vec{k}\ (m)$; $\vec{v}\,' = (6t-5)\,\vec{i} - 2\,\vec{j} + \vec{k}\ (m/s)$

, $\vec{a}\,' = 6\,\vec{i}\ (m/s^2)$

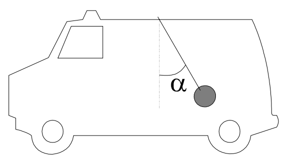
15.- Un hombre se encuentra sobre una báscula en el interior de un ascensor. Con el ascensor quieto la báscula marca 700 N. Calcular cuánto marcará si:

a) El ascensor sube con una velocidad constante de 5 m/s. *(700 N)*

b) El ascensor sube con una aceleración constante de 2 m/s^2 *(840 N)*

c) El ascensor baja con una aceleración constante de 2 m/s^2 *(560 N)*

d) La cuerda del ascensor se parte y éste cae en caída libre. *(0 N)*

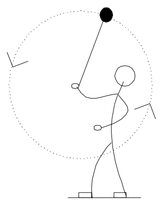


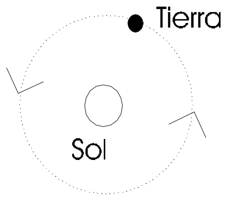
16.- Una furgoneta transporta en su interior un péndulo que cuelga del techo. Calcular el ángulo que forma el péndulo con la vertical en función de la aceleración de la furgoneta.

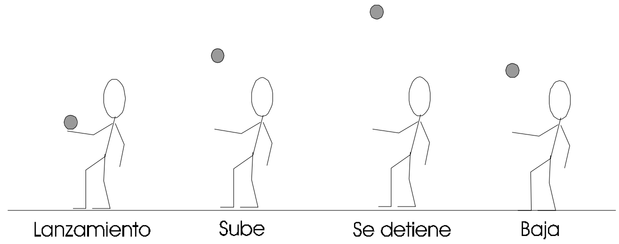
($\alpha = arctg\ (a/g)$)

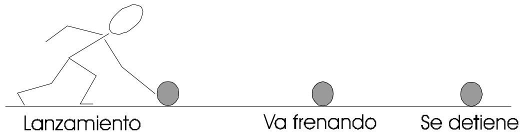
CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Para las siguientes situaciones, identificar y dibujar las fuerzas que actúan :









2. ¿Por qué un imán se queda pegado a una pared metálica y no cae?

3. Llenamos de aire un globo y, sin anudar la boquilla, lo soltamos. Describir y razonar lo que ocurre

4. Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

a) "*Para que un cuerpo esté en movimiento debe haber forzosamente una fuerza aplicada sobre el cuerpo en ese instante*"
b) "*Podemos arrastrar un cuerpo por una superficie aplicando una fuerza menor que su peso*".
c) "*Al chocar una bola de billar con otra de menor masa, la fuerza que la bola grande ejerce sobre la pequeña es mayor que la fuerza que la bola pequeña ejerce sobre la grande*".
d) "*El peso, la fuerza que la Tierra ejerce sobre los cuerpos, depende de la masa de cada cuerpo. Sin embargo, todos los cuerpos caen con la misma aceleración.*"
e) "*Si un cuerpo no está acelerado, no existe ninguna fuerza actuando sobre él*"
f) "*Un cuerpo se mueve siempre en la dirección de la fuerza resultante*"

5. Razonar, ayudándose de diagramas, qué tipo de movimiento tendrá una partícula material en las siguientes condiciones:

a) Ausencia de fuerzas.
b) Sobre la partícula actúa una fuerza constante.
c) Sobre la partícula actúa una fuerza que es siempre perpendicular al movimiento.

6. Un alumno hace el siguiente razonamiento: "*A la hora de medir la velocidad y aceleración de un móvil, obtendremos el mismo resultado midiendo desde cualquier sistema de referencia inercial* ". ¿Es correcto este razonamiento? Razonar.