

1º.- Calcula a que altura sobre la superficie terrestre la intensidad de campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie. Datos : $R_T = 6370 \text{ km}$ S. 6370 km

2º.-Si consideramos la Tierra como una esfera homogénea. ¿a qué altura sobre la superficie terrestre el valor de la intensidad del campo gravitatorio es el mismo que existe en un punto del interior de la Tierra situado a igual distancia del centro de la misma que de su superficie? S : $0,41 R_T$

3º.-Si se considera que la Tierra tiene forma esférica con un radio aproximado de 6400 Km . Determina:

a) La relación existente entre las intensidades del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre y a una altura de 144 km por encima de la misma. S. $1,045$

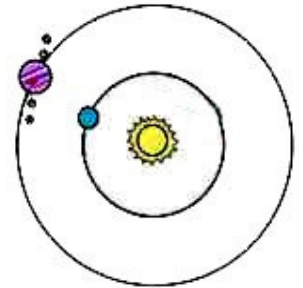
b) La variación de la E_c de un cuerpo de masa 100 kg al caer libremente desde la altura de 144 km hasta 72 km por encima de la superficie terrestre. S. $2,769 \cdot 10^{11} \text{ J}$

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

4º.-El período de revolución del planeta Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determina:

a) La razón entre los radios de las respectivas órbitas. S. $5,24$

b) La razón entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas. S. $0,036$



5º.-La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de $7,62 \text{ km s}^{-1}$.

a) ¿A qué altitud se encontraba? S. $499,37 \text{ km}$

b) ¿Cuál es su período? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 horas los astronautas que viajaban en el interior de la nave?. S. $1,57 \text{ h}$; 15 amaneceres

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ $R_T = 6370 \text{ km}$

6º.- Se pone en órbita un satélite artificial de 600 kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcula :

a) ¿Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite?. S. $5,955 \cdot 10^9 \text{ J}$

b) Qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita. S. $1,58 \cdot 10^{10} \text{ J}$

Datos : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

7º.- El valor de intensidad del campo gravitatorio en la superficie de la Luna es de 1.7 N/kg . Determina:

a) La energía potencial gravitatoria de un astronauta de 70 kg situado en su superficie y a una altura sobre la Luna igual a la mitad de su radio. S : $- 1,38 \cdot 10^8 \text{ J}$

b) La velocidad de escape desde la superficie de la Luna. S : $2,43 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

8º.- Un cuerpo de 9 kg está situado en un lugar de la Tierra cuya latitud es de 42° norte. Calcula la aceleración aparente de la gravedad en ese lugar. El ángulo que forma una plomada con la dirección radial en ese punto. El peso aparente del cuerpo y la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre él.

9º.- Dos masas iguales, supuestas puntuales, se encuentran situadas a una distancia d . Halla el valor de la intensidad del campo gravitatorio en los puntos de la mediatriz del segmento que une las posiciones de las masas. ¿En qué puntos de dicha mediatriz el valor del campo gravitatorio es

máximo? **S** : $g = \frac{2GMh}{r^3}$ $r = \sqrt{\frac{3}{8}} d$

10º.- Se deja en libertad un cuerpo en la mediatriz del segmento AB que une las masas del problema anterior, en un punto que dista $d/2$ del mismo. Determina la velocidad que lleva cuando pasa por el punto medio del segmento AB . Datos: $M = 10 \text{ kg}$; $d = 10 \text{ cm}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
S : $1,25 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$

11º.- Un cuerpo celeste ideal de masa desconocida y forma rigurosamente esférica posee un diámetro de 10.000 km y tarda 5 días terrestres en dar una rotación completa alrededor de su eje. Sabiendo que el peso aparente de un objeto en dicho astro medido en un punto cualquiera de su ecuador es $9/10$ del peso del mismo determinado en uno de sus polos, encontrar la masa del citado cuerpo considerando su estructura interna homogénea. **S** : $3,9 \cdot 10^{21} \text{ kg}$

12º.-Un satélite artificial de 200 kg gira en una órbita circular a una altura “ h ”sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averigua:

a) La velocidad del satélite. **S**. $6643,93 \text{ m/s}$

b) Su energía mecánica. **S**. $-4,41 \cdot 10^9 \text{ J}$

Datos : $g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ $R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ km}$.

13º.- Determina el valor de la gravedad en un punto situado a una altura de 130 km sobre la superficie terrestre. **S**. $9,41 \text{ m/s}^2$ Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$ $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$

14º.- Se lanza un cohete verticalmente desde la superficie terrestre y alcanza una altura igual al doble del radio terrestre. Determina la velocidad de lanzamiento. **S** : 9120 m/s

15º.- Calcula el trabajo necesario para que un satélite terrestre de 100 kg pase de girar a una altura sobre la Tierra igual al radio terrestre, a hacerlo a otra de altura igual a dos veces el radio terrestre. **S** : $5,2 \cdot 10^8 \text{ J}$

16º.- Se quiere poner en órbita un satélite artificial de 60 kg que describa una órbita circular en el plano ecuatorial con un radio doble del radio terrestre. Calcula la energía mínima que habrá que comunicar al satélite. **S** : $2,8 \cdot 10^9 \text{ J}$

17º.-Calcula la velocidad de escape para una partícula situada en el interior del cinturón de radiación de Van Allen, a una altura de 16.000 km sobre la superficie de la Tierra. **S**: 5960 m/s

18º.- El planeta Júpiter posee un radio 11 veces mayor que el de la Tierra y una masa 318 veces mayor que la de ésta. Calcula:

a) El peso en Júpiter de un astronauta que en la Tierra pesa 800N. **S**. $P_J = 2104 \text{ N}$

b) La masa del astronauta en Júpiter. **S**. $m_J = 81,6 \text{ kg}$

c) La relación entre las energías potenciales del astronauta en Júpiter y en la Tierra **S**. $\frac{E_{PJ}}{E_{PT}} = 28,9$

19º.- La Luna está a $3,9 \cdot 10^5 \text{ km}$ del centro de la Tierra. La masa de la Luna es de $7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ y la de la Tierra de $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. ¿ A qué distancia del centro de la Tierra las fuerzas gravitatorias que ejercen el planeta y su satélite sobre un objeto son iguales en intensidad y de sentido opuesto ?. **S**. $3,5 \cdot 10^5 \text{ km}$

20°.- a) Compara las fuerzas de atracción gravitatoria que ejercen la Luna y la Tierra sobre un cuerpo de masa "m" que se halla situado en la superficie de la Tierra. ¿ A qué conclusión llegas ?.
S. $F_T \setminus F_L = 281961$

b) Si el peso de un cuerpo en la superficie de la Tierra es de 100 kp ¿Cuál sería el peso de ese mismo cuerpo en la superficie de la Luna ?.
S. 16,9 kp

Datos: $M_T = 81 M_L$ $d_{T-L} = 60 R_T$ $R_L = 0.27 R_T$

21°.- La masa de la Luna es aproximadamente $7,36 \cdot 10^{22}$ kg y su radio $1,74 \cdot 10^6$ m. Calcula: El valor de la distancia que recorrería una partícula, en un segundo de caída libre hacia la Luna, si se abandona en un punto próximo a su superficie. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$
S. 0,81 m

22°.- Dos masas puntuales $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 10$ kg se encuentran situadas en el plano XY en dos puntos de coordenadas $(x_1, x_2) = (0,1)$ y $(x_2, y_2) = (0,7)$ respectivamente. Se pide:

a) El campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto de coordenadas $(x, y) = (4, 4)$.

S. $-3,21 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 8,0 \cdot 10^{-12} \vec{j}$ (N. kg^{-1})

b) El trabajo necesario para trasladar una masa de 1 kg situada en el punto $(0, 4)$ hasta el punto $(4, 4)$ en presencia de las otras dos masas.
S. $-13,4 \cdot 10^{-11}$ J

c) ¿Qué interpretación física tiene el signo del trabajo calculado?
S. negativo, en contra del campo

Datos: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{N m}^2 \text{Kg}^{-2}$ Nota: Todas las coordenadas espaciales están dadas en metros.

23°.- Las comunicaciones por satélites geostacionarios son objeto de disputas entre los diferentes estados y empresas de telecomunicaciones para disponer de un intervalo de órbita espacial donde situar los mismos.

a) Razona por qué la órbita de estos satélites debe ser ecuatorial y circular. ¿Por qué existe solamente una órbita de estas características?
S : Porque el período de la órbita depende de la altura

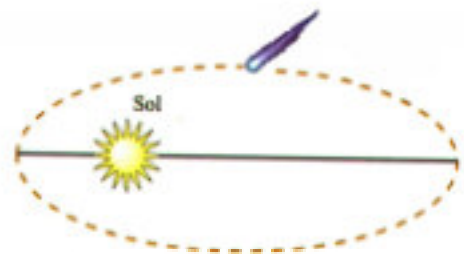
b)Calcula cuántos satélites de este tipo se pueden situar en el espacio, suponiendo que entre dos de ellos consecutivos tiene que haber, como mínimo, 100 km de órbita.
S: 2650 satélites

24°.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B:

a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de las energías cinética y potencial en A y en B.
S. $E_{pA} > E_{pB}$ y $E_{cB} > E_{cA}$

b)¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad?. ¿Y el de la aceleración?
S. $v_B > v_A$ y $a_B > a_A$

25°.- El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio (posición más próxima) el cometa está a $8,75 \times 10^7$ km del Sol y en el afelio (posición más alejada) está a $5,26 \times 10^9$ km del Sol. ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad?. ¿Y mayor aceleración?. ¿En qué punto tiene mayor energía potencial? ¿Y mayor energía mecánica?
S. $v_a < v_p$ $a_p > a_a$ $E_{p_a} < E_{p_p}$ $E_{M_a} = E_{M_p}$



26°.- Los puntos más próximo y alejado de la Tierra en la órbita de un satélite se denominan perigeo y apogeo, respectivamente. Sabiendo que la órbita del *Sputnik 1*, primer satélite artificial, tenía un semieje mayor de 6.970 km y alcanzó una altura máxima de 950 km, calcula:

- La altura en el perigeo o altura de lanzamiento y la excentricidad de su órbita. **S.** 250 km
- La disminución relativa de velocidad en el perigeo de un satélite que transformara su órbita en circular. Aplicarlo al caso del *Sputnik 1*. **S.** 0,05

27°.- Se considera el movimiento elíptico de la Tierra en torno al Sol. Cuando la Tierra está en afelio su distancia al Sol es de $1,52 \cdot 10^{11}$ m y su velocidad orbital es $2,92 \cdot 10^4$ m/s. Halla:

- El momento angular de la Tierra respecto al Sol. **S.** $2,65 \cdot 10^{40}$ Kg m² s⁻¹
- La velocidad orbital en el perihelio. (distancia en este punto al Sol $1,47 \cdot 10^{11}$ m). **S.** 30193,197 m/s Dato: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg.

28°.- Un satélite de 2000 kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8000 km de radio. Determina:

- Su momento angular respecto al centro de la órbita. **S.** $1,129 \cdot 10^{14}$ kg m² s⁻¹
 - Su energía cinética, potencial y total. **S.** $4,98 \cdot 10^{10}$ J ; $-9,972 \cdot 10^{10}$ J ; $-4,99 \cdot 10^{10}$ J
- Datos : $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg $G = 6,67 \cdot 10^{-12}$ N m² kg⁻²

29°.- Calcula la masa del Sol a partir del periodo de rotación de la Tierra. **S.** $1,99 \cdot 10^{30}$ kg
Datos: $d_{S-T} = 1,49 \cdot 10^{11}$ m $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²

30°.- a) Si el radio solar es de 696000 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es 27,9 veces la terrestre, determina la masa del Sol es función de la terrestre **S.** $M_S = 3,33 \cdot 10^5 M_T$

b) Nuestro Sol rota con un período de 25 días y 9 horas . Determina el radio de la órbita circular que debería tener un planeta para que estuviera siempre en la misma vertical de un punto determinado del ecuador solar. **S.** $2,53 \cdot 10^{10}$ m

c) Determinar el módulo del momento angular de tal planeta en su revolución. Realizar los cálculos en función de la masa del planeta. **S.** $1,83 \cdot 10^{15} m_p$ kg m² s⁻¹
Datos: $M_S = 3,33 \cdot 10^5 M_T$ $R_T = 6370$ km $g_0 = 9,8$ m/s²

31°.- Un satélite artificial de la Tierra de masa $10 M_T$ tiene una velocidad de 4,2 km/s en una determinada órbita circular. Halla: a) El radio de la órbita. b) El trabajo necesario para colocarlo en la órbita. c) Su período. **S.** $22,6 \cdot 10^6$ m ; $5,342 \cdot 10^{11}$ J ; $33,79 \cdot 10^3$ s Datos: $R_T = 6370$ Km.
 $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ Kg $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² Kg⁻²

32°.- Un satélite artificial gira entorno a la Tierra en una órbita circular, a una altura de 300 km sobre su superficie.

- ¿ Con qué velocidad se desplaza ? ¿ Y su aceleración ? **S.** 7733,04 m/s ; $8,96$ m/s⁻²
 - El tiempo que tarda en dar una vuelta. **S.** 5419,4 s
 - Si el satélite tiene una masa de 200 kg ¿ Qué E_p posee en la órbita ? **S.** $-1,196 \cdot 10^{10}$ J
- Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg $R_T = 6370$ km $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²

33°.- Las distancias de la Tierra y de Marte al Sol son respectivamente $140,6 \cdot 10^6$ km y $228,0 \cdot 10^6$ km. Suponiendo que las órbitas son circulares y que el período de revolución de la Tierra en torno al Sol es de 365 días:

- ¿ Cuál será el período de revolución de Marte ? **S.** 753,7 s
- Si la masa de la Tierra es 9,6 veces la de Marte y sus radios respectivos son 6370 km y 3390 km ¿ Cuál será el peso en Marte de una persona de 70 Kg ? **S.** 252,31 N Dato: $g_{0T} = 9,8$ m/s².

34°.- Se pretende situar un satélite artificial, de 50 kg de masa, en una órbita circular a 500 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcula:

- La velocidad que debe poseer el satélite para girar en esa órbita. **S.** 7603,06 m/s
 - La energía que fue preciso comunicarle desde la superficie terrestre para ponerlo en órbita. **S.** $1,67 \cdot 10^9$ J
 - El valor de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en esa órbita. **S.** $8,37 \text{ m/s}^2$
- Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ $R_T = 6400 \text{ km}$

35°.- Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg en órbita circular, a 300 km sobre la superficie terrestre. Determina:

- La velocidad lineal, la aceleración radial y el período en la órbita **S.** $7721,3 \text{ ms}^{-1}$ $8,94 \text{ ms}^{-2}$ 1,5 h
 - El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite. **S.** $3,26 \cdot 10^{10}$ J
- Datos: $g_0 = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ $R_T = 6370 \text{ km}$

36°.- Sabiendo que el radio de la órbita circular de la Luna alrededor de la Tierra es $384 \cdot 10^3 \text{ km}$ y que su período es de 27,3 días, halla:

- La masa de la Tierra. **S.** $6,02 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- La velocidad lineal de la Luna en su órbita. **S.** 1023 ms^{-1} Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (S.I.)}$

37°.- La Luna es aproximadamente esférica con radio $R_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ y masa $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$. La constante de gravitación universal es $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$. Desde la superficie de la Luna se lanza verticalmente un objeto que llega a elevarse una altura máxima sobre la superficie $h = R_L$. Determina:

- La velocidad inicial con que se ha lanzado el objeto. **S.** $1678,5 \text{ ms}^{-1}$
- La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna y en el punto más alto alcanzado por el objeto. **S.** $1,62 \text{ ms}^{-2}$ $0,405 \text{ ms}^{-2}$
- La velocidad de escape desde la superficie de la Luna. **S.** $2373,8 \text{ ms}^{-2}$

38°.- La nave espacial lunar Prospector permanece en órbita circular alrededor de la Luna a una altura de 100 km sobre su superficie. Determina:

- La velocidad lineal de la nave y el período del movimiento. **S.** $1633,4 \text{ m/s}$
 $7077,9 \text{ s}$
 - La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa órbita. **S.** $1633,4 \text{ m/s}$
- Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ $M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ $R_L = 1740 \text{ km}$



39°.- Una sonda espacial se encuentra " estacionada " en una órbita circular terrestre a una altura sobre la superficie terrestre de $2,26 R_T$. Calcula:

- La velocidad de la sonda en la órbita de estacionamiento. **S.** $4,37 \text{ km/s}$
 - Comprueba que la velocidad que la sonda necesita a esa altura para escapar de la atracción de la Tierra es aproximadamente $6,2 \text{ km/s}$.
- Datos : $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ $R_T = 6370 \text{ km}$

40°.- Calcula la velocidad de escape en la superficie terrestre con un valor de $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$, siendo $R_T = 6366 \text{ km}$ ¿Cuál sería la velocidad de escape en otro planeta de igual densidad que la Tierra y radio la mitad ? **S.** 11176 ms^{-1} ; 5588 m/s

41°.- a) ¿Con qué frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra (satélite geoestacionario)? **S.** $7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$

b) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se encontrará el satélite citado en el apartado anterior? **S.** $3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$

c) ¿Qué energía debemos aportar para poner en órbita un satélite de estas características, si su masa es 1000 Kg? **S.** $5,3 \cdot 10^{10} \text{ J}$ Datos: $g_0 = 9,8 \text{ ms}^{-2}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

42°.- La masa de Saturno es aproximadamente igual a los $3 \cdot 10$ de la masa de Júpiter, y su radio $5 \cdot 6$ del de Júpiter. Se sabe que la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter es de 59.400 m/s . Con estos datos, calcula la velocidad de escape desde la superficie de Saturno. ¿Depende de la masa del objeto? ¿En qué medida importa la dirección de la velocidad? ¿Qué peso tendrá en Saturno un objeto cuyo peso en Júpiter sea de 1 N? **S.** 35640 m/s ; No depende ni de la masa del objeto, ni de la dirección de la velocidad; $0,432 \text{ N}$

43° En la superficie de un planeta de 3.000 km de radio, la aceleración es de 3 m/s^2 .

Calcula: a) La energía potencial gravitatoria de un objeto de 200 kg de masa situado en la superficie del planeta. b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta. c) La masa del planeta. **S.** a) $-1,8 \cdot 10^9 \text{ J}$ b) $4242,6 \text{ m/s}$ c) $4,05 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$

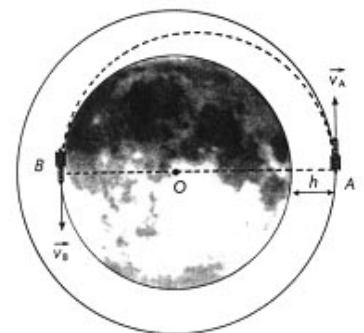
44°.- El trasbordador espacial norteamericano tiene una masa en vacío $m_0 = 92$ toneladas métricas (t) y una capacidad máxima de carga cercana a las 30 t. Para una misión llevando una carga de 18,0 t, calcular:

a) La velocidad de satelización que tiene que llevar para situarse en una órbita circular de aparcamiento a 430 km de altura sobre la Tierra. **S.** 7647 m/s

b) La velocidad para otra órbita de aparcamiento a 830 km de altura sobre la Tierra. **S.** 7431 m/s

c) La velocidad máxima, V_p , y la velocidad mínima, V_A , que llevaría en una órbita elíptica de perigeo 430 km y de apogeo 830 km, sin necesidad de utilizar la geometría de la órbita. **S.** $v_p = 7755 \text{ m/s}$; $v_A = 7324 \text{ m/s}$

d) Para cumplir su misión debe pasar de la órbita baja de aparcamiento a la órbita alta viajando por la órbita de transferencia. Para conseguirlo, debe encender durante un breve tiempo sus motores de maniobra espacial, pero sólo lo hace dos veces en su recorrido. Indicar dónde debe encenderlos, en qué dirección debe actuar la fuerza de empuje de sus motores y la duración de la ignición en cada caso. El empuje de los motores es $F = 2.700 \text{ kp}$. **S.** 431 s



45°.- Una estación espacial describe una órbita circular alrededor de la Luna en 2 horas y 20 minutos. Calcula: La velocidad orbital de la estación. El radio de la órbita en función del radio de la Luna. La energía que habría que comunicar a una nave de 500 kg que partiera desde la superficie del astro para que se pudiera incorporar a la estación. Datos: $R_L = 0,27 R_T$; $M_L = (1/81) M_T$; $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6400 \text{ km}$

46°.- Se pone un satélite en órbita elíptica desde una altura igual a medio radio terrestre, y con una velocidad que es 1,25 veces la necesaria para seguir una órbita circular a la misma altura. Determina: a) La energía total del satélite. El momento angular del mismo. Las alturas sobre el suelo en el perigeo y en el apogeo y la excentricidad de la órbita. El periodo de revolución.

b) En vez de 1,25 veces, ¿cuántas veces mayor que la propia de una órbita circular podría ser la velocidad, para que el satélite siga atrapado en órbita?