Trabajo y energía: ejercicios resueltos

1) Un hombre debe mover 15 metros una caja de 20Kg realizando una fuerza de 40N. Calcula el trabajo que realiza si:

a) Empuja la caja desde atrás.
b) Tira de la caja hacia delante.
c) Empuja la caja hacia abajo.
d) Empuja la caja con un ángulo de 60º sobre la horizontal.

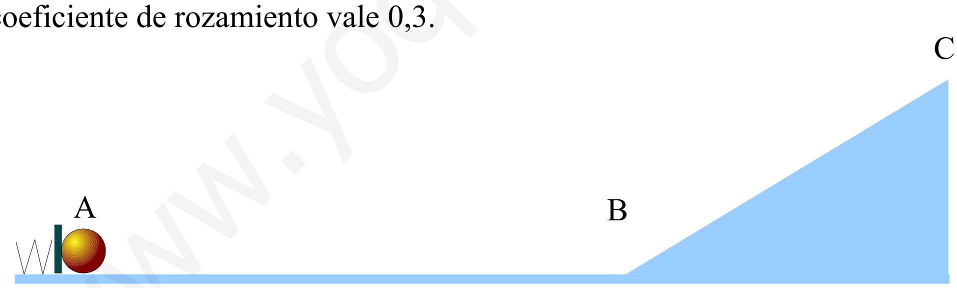
2) Una grúa eleva 6 metros en vertical una carga de 140Kg. Calcula el trabajo que ha realizado.

3) Un objeto de 2,5Kg se lanza desde el suelo verticalmente con una velocidad inicial de 80m/s. Calcula la altura que alcanza y su velocidad a mitad de recorrido de subida.

4) Calcula el trabajo que realizan los frenos de un coche de 600Kg para reducir su velocidad de 90m/s a 45m/s.

5) Un objeto de 1,5Kg parte desde la posición A. El muelle está comprimido 80cm y tiene una constante de recuperación de 900N/m. La distancia entre A y B mide 12 metros y entre B y C, 25 metros. Asimismo, la altura entre B y C es de 20 metros. Calcula la altura alcanzada por el objeto en la rampa si:

a) no existe rozamiento en la superficie.
b) el coeficiente de rozamiento vale 0,3.



6) Una máquina invierte 80000J en realizar un trabajo que supone acelerar un motor de 100Kg de masa de 10m/s a 30m/s. Calcula su rendimiento.

Soluciones

1)

Apartado a): Recordemos que la fórmula fundamental del trabajo es fuerza por desplazamiento y por el coseno del ángulo entre ambas:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Tenemos la fuerza que realiza el hombre, la distancia y el ángulo, que como es paralelo al desplazamiento vale cero. Por lo tanto:

$$W = 40 \cdot 15 \cdot \cos 0^{\circ} = 600J$$

Apartado b): Es exactamente igual que el anterior, porque tanto si empuja desde atrás como si tira desde delante, el ángulo es el mismo. Y como ni la fuerza ni el desplazamiento varía, el trabajo sigue valiendo 600J.

Apartado c): Ahora la cosa cambia. Si el hombre empuja hacia abajo, el ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento (suponiendo que lo haya) es de 90º. Y como $\cos 90^{\circ} = 0$, en este caso no se realiza ningún trabajo.

Apartado d): Procedemos igual que el apartado a), sólo que en esta ocasión el ángulo es diferente:

$$W = 40 \cdot 15 \cdot \cos 60^{\circ} = 300J$$

Como puedes ver, el trabajo máximo se realiza cuando el ángulo es de 0º. Cualquier variación de ángulo disminuye la cantidad final.
Y, por si te lo estabas preguntando, el dato de la masa no se usa en este ejercicio. Es un dato "fantasma", puesto ahí sólo para despistar.

2)

Este ejercicio es sencillísimo, y aún así hay mucha gente que comete en esta clase de problemas un error de concepto: pensar que, como la fuerza se aplica en vertical, no hay trabajo. Recuerda que no se trata de si la fuerza es vertical o no, sino del *ángulo que forme con el desplazamiento* que, en este caso, es también en vertical.
Tenemos, por lo tanto, el desplazamiento y el ángulo (0º). Nos falta la fuerza, que en este caso es igual al peso que debe levantar. Y como $P = m \cdot g$

$$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot d \cdot \cos\alpha = 140 \cdot 9{,}8 \cdot 6 \cdot \cos 0^{\circ} = 8232J$$

Como “trabajo” es equivalente a “variación de energía”, este problema también se podría haber planteado como trabajo = variación de energía potencial = energía potencial final – inicial. La E_p inicial es cero, por lo que:

$$W = E_{pfinal} = m \cdot g \cdot h = 8232J$$

3)

Estos problemas son bastante típicos, y nada difíciles. Se basan en el principio de conservación de la energía. Es decir, la energía mecánica (que es la suma de energía potencial y cinética[1]) es igual en todos los puntos del recorrido.
Al comenzar el movimiento, suponemos que el objeto está a ras del suelo y por lo tanto carece de energía potencial: sólo tiene energía cinética.

$$E_m = E_p + E_c = 0 + 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 2{,}5 \cdot 80^2 = 8000J$$

En el punto más alto, la energía mecánica es la misma. Pero en ese instante preciso, el objeto se ha parado: toda la energía cinética se ha convertido en potencial:

$$E_m = E_p + E_c = m \cdot g \cdot h + 0 = 8000J$$
$$2{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot h = 8000$$
$$h = 8000/24{,}5 = 326{,}53m$$

En el punto medio del recorrido (a 163,27m), la energía mecánica sigue siendo 8000J:

$$E_m = E_p + E_c = m \cdot g \cdot h + 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 8000J$$
$$2{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 163{,}27 + 1/2 \cdot 2{,}5 \cdot v^2 = 8000$$
$$4000{,}115 + 1{,}25 \cdot v^2 = 8000$$
$$v^2 = (8000 - 4000{,}115)/1{,}25$$
$$v^2 = 3199{,}91$$
$$v = 56{,}57 \text{ m/s}$$

4)

Aquí utilizaremos la definición de trabajo como variación de energía (cinética en este caso):

$$W = E_{cfinal} - E_{cinicial} = 1/2 \cdot 600 \cdot 45^2 - 1/2 \cdot 600 \cdot 90^2$$
$$W = 607500 - 2430000 = -1822500J$$

El signo menos indica que es un trabajo usado para frenar el objeto, no para acelerarlo.

[1] En realidad, de todas las formas de energía que estén interviniendo; pero aquí sólo nos interesan la potencial (debida a la altura) y la cinética (debida al movimiento).

5)

Apartado a)

Este es un problema bonito[2], porque combina varias cosas incluso de temas anteriores. En general, usaremos el principio de conservación de la energía mecánica, como en el ejercicio 3, pero añadiendo un tercer tipo de energía: la potencial elástica, cuya fórmula es:

$$E_{pelástica} = 1/2 \cdot K \cdot x^2$$

Siendo K la constante de recuperación del muelle y *x* la distancia que el muelle está comprimido.

En A, el objeto está quieto y a ras del suelo, por lo que toda la energía mecánica es potencial elástica:

$$E_{mA} = E_{pelástica} = 1/2 \cdot 900 \cdot 0{,}80^2 = 288J$$

¿Qué altura alcanza en C? Cuando el objeto llegue a su máxima altura, se detendrá, por lo que toda la energía será en ese momento de tipo potencial:

$$E_{mC} = E_p = m \cdot g \cdot h$$
$$1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot h = 288$$
$$h = 288/14{,}7 = 19{,}59m$$

Es decir, llega casi al final de la rampa.

Apartado b)

Este apartado es aún mejor que el anterior. Antes de echarnos a temblar, razonemos un poco: si existe rozamiento, el objeto ¿subirá más, menos o igual? Está claro que llegará a menor altura, porque perderá parte de la velocidad (energía cinética) rozando con el suelo. En este apartado, por lo tanto, hay que añadir un componente más a la energía mecánica:

$$E_m = E_{pelástica} + E_c + E_p - W_{rozamiento}$$

El trabajo de rozamiento, como cualquier trabajo, es fuerza (de rozamiento) por desplazamiento. Y la fuerza de rozamiento (recordando el tema de dinámica) es la normal por el coeficiente de rozamiento. El signo menos para el trabajo de rozamiento se coloca porque es un desgaste de energía, que pasa del objeto al terreno en forma de calor.

[2] Cuando un profesor dice "problema bonito" o "problema interesante", en realidad quiere decir "problema de examen".

Vamos con el primer tramo del movimiento. ¿Con cuánta energía mecánica llega el objeto a B? Empezó con 288J. En el trayecto habrá perdido por rozamiento:

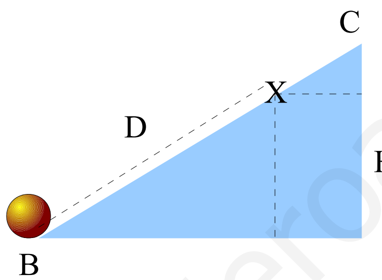
$$W_{rozamiento} = N \cdot \mu = m \cdot g \cdot \mu = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3 = 4{,}41J$$

Por lo tanto, el objeto llega a B con 288-4,41 = 283,59J de energía mecánica.

Si no hubiese rozamiento, el objeto emplearía esos 283,59J (que, por cierto, serían todos de energía cinética) en ganar altura. Pero no: algunos se perderán por rozamiento. El problema es que, como no sabemos a qué altura llegará, tampoco sabemos cuánta distancia recorrerá antes de pararse.

Ahora atentos, que hay que repasar un poco de trignonometría.

Suponemos que el objeto llegará hasta el punto X, habiendo recorrido una distancia D y llegado a una altura H:



Nos será útil calcular cuánto vale el ángulo de la izquierda (donde está la bola). Como conocemos la altura y la hipotenusa del triángulo mayor, usamos el seno:

$$\operatorname{sen}\alpha = 20/25$$
$$\alpha = 53{,}13^o$$

Ahora, en el triángulo menor, podemos plantear que:

$$\operatorname{sen} 53{,}13^o = H/D$$
$$H = D \cdot \operatorname{sen} 53{,}13^o$$

Y así nos quitamos una incógnita de en medio.

Ahora, en C, la energía mecánica será:

$$E_m - W_{rozamiento} = E_p$$
$$283{,}59 - W_{rozamiento} = E_p$$
$$283{,}59 - P \cdot \mu \cdot \cos \cdot 53{,}13^o \cdot D = m \cdot g \cdot H$$

Aquí multiplicamos el peso por el coseno del ángulo porque la normal no es perpendicular al “suelo real”, sino al “suelo de la rampa”. Si no lo ves claro, repasa en el tema de dinámica los ejercicios de cajas resbalando por pendientes.

$$283{,}59 - P \cdot \mu \cdot \cos \cdot 53{,}13^{o} \cdot D = m \cdot g \cdot H$$
$$283{,}59 - 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot D = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot D \cdot 0{,}80$$
$$283{,}59 - 2{,}646 \cdot D = 11{,}76 \cdot D$$
$$283{,}59 = 14{,}406 \cdot D$$
$$D = 283{,}59/14{,}406 = 19{,}69m$$

Esta es la distancia recorrida sobre la rampa (algo que también nos podrían preguntar, así que conviene saber cómo se calcula). La altura alcanzada sería:

$$H = 19{,}69 \cdot \text{sen } 53{,}13^{o} = 15{,}75m$$

Como habíamos previsto, menos que en el caso en el que no existía rozamiento.

4)

Comparado con el anterior, este ejercicio es un paseo en una agradable mañana de primavera. Nos piden el rendimiento, que es igual al trabajo útil realizado, dividido entre el trabajo que nosotros aplicamos (o la energía que gastamos) multiplicado todo por 100 (para expresarlo en porcentaje). Debido a uno de los Principios de la Termodinámica (el segundo, en concreto), *nunca* se va a aprovechar toda la energía que empleemos en trabajo útil (o lo que es lo mismo, nunca nos puede salir un rendimiento igual o superior al 100%).

$$r = W_{útil}/W_{empleado} \cdot 100$$

El trabajo útil ha consistido en aumentar la energía cinética de un motor de 100Kg desde los 10m/s hasta los 30m/s:

$$W_{útil} = E_{cfinal} - E_{cinicial} = 1/2 \cdot 100 \cdot 30^2 - 1/2 \cdot 100 \cdot 10^2 = 40000J$$

Para aplicar esa aceleración hemos gastado 80000J, por lo que el rendimiento será de:

$$r = (40000/80000) \cdot 100 = 50\%$$