DINÁMICA

LEYES DE NEWTON

1ª Ley de Newton

"Si sobre una partícula no actúa ninguna fuerza (o actúan muchas, pero su resultante es nula) entonces conserva su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme."

En primer lugar, observa que no hace distinción entre reposo y movimiento rectilíneo y uniforme.

En segundo lugar, es que esta ley así enunciada solo es válida para observadores situados en SRI (sistemas de referencia inerciales), es decir que se están en reposo o se mueven sin aceleración.

2ª Ley de Newton

"Si sobre una partícula de masa *m*, se aplica una fuerza $\vec{F}$ (única o resultante de muchas) entonces la partícula adquiere una aceleración de tal manera que se cumple que:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Observa que, puesto que la masa es un escalar positivo, la fuerza siempre es un vector en la misma dirección y sentido que la aceleración

La fuerza y la aceleración son dos conceptos que van ligados: Si una es cero, la otra también. En realidad la segunda ley contiene a la primera porque, como podemos ver, si sobre un cuerpo no actúan fuerzas entonces la aceleración será nula, y por tanto, de no estar en reposo, tendrá velocidad constante, es decir se tratará de un MRU (al no cambiar ni en módulo ni en dirección)

Ejemplo:
Sobre una masa puntual de 500 g, obligada a moverse en el plano z=0 acúan simultáneamente dos fuerzas:

$$\vec{F}_1 = 2\vec{i} + 7\vec{j} \qquad \vec{F}_2 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

a) Cuanto vale el módulo de la aceleración que le imprimen
b) Si la masa se encuentra inicialmente en el punto (0,0) con velocidad inicial $\vec{v}_o = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ m/s ¿Qué posición ocupará al cabo de 3 segundos?

a) La fuerza resultante de las que actúan sobre la partícula es $\sum \vec{F} = 5\vec{i} + 11\vec{j}$ y aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{5\vec{i} + 11\vec{j}}{0{,}5} = 10\vec{i} + 22\vec{j}$$

El módulo:

$$a = \sqrt{10^2 + 22^2} = 24{,}17 \, m/s^2$$

b) Como conocemos la aceleración, calcular la velocidad y posición se reduce a un simple ejercicio de cinemática:

$$\vec{v} = \int \vec{a} \cdot dt = \int \left(10\vec{i} + 22\vec{j}\right) dt = 10t \cdot \vec{i} + 22t \cdot \vec{j} + \vec{v}_o$$

teniendo en cuenta que la constante de integración es la v_o y sustituyendo por el valor de los datos, resulta que la velocidad será:

$$\vec{v} = (10t + 3)\vec{i} + (22t - 4)\vec{j}$$

y el vector de posición será:

$$\vec{r} = \int \vec{v} \cdot dt = \left(5t^2 + 3t\right)\vec{i} + \left(11t^2 + 4t\right)\vec{j} + \vec{r}_o$$

Teniendo en cuenta que la constante de integración, según los datos (coordenadas (0,0), es igual a $\vec{r} = 0\vec{i} + 0\vec{j}$, resulta que el vector de posición de la partícula es:

$$\vec{r} = \left(5t^2 + 3t\right)\vec{i} + \left(11t^2 + 4t\right)\vec{j}\Big|_{t=3seg} = 54\vec{i} + 87\vec{j}$$

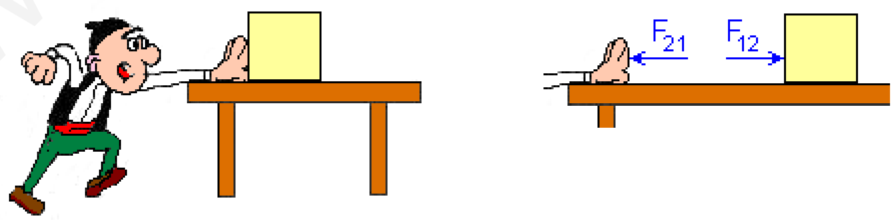
Es decir, que al cabo de 3 segundos la partícula se encuentra en el punto (54,87)

3ª Ley de Newton. Principio de Acción y reacción

"Si una partícula P_1 ejerce sobre otra P_2 una fuerza F_{12}, la segunda ejerce sobre la primera una fuerza F_{21} igual y de sentido contrario"

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{o bien que} \quad F_{12} = F_{21}$$

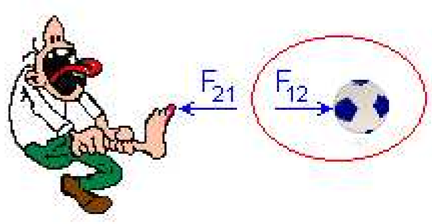
Si la expresión se escribe vectorialmente no se nos puede olvidar el signo menos, ya que las fuerzas de acción y reacción tienen sentidos contrarios



Es muy importante darse cuenta de que las fuerzas de acción y reacción F_{12} y F_{21} están aplicadas sobre cuerpos distintos. La fuerza F_{12} es la que hace el cuerpo 1 sobre el 2, en este caso es la que actúa sobre el cubo, la única que actúa sobre el cubo. La reacción es la que el cubo hace sobre la mano y que es la única que actúa sobre la mano.

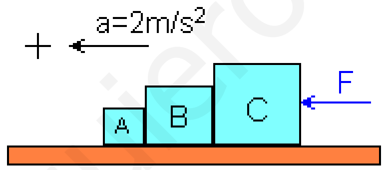
Por tanto las fuerzas F_{12} y F_{21} a pesar de ser iguales y de sentido contrario no dan resultante nula porque “están aplicadas sobre cuerpos distintos”.

Para el que no lo termine de entender: te descalzas y con la puta de los dedos le das una patada a un balón.

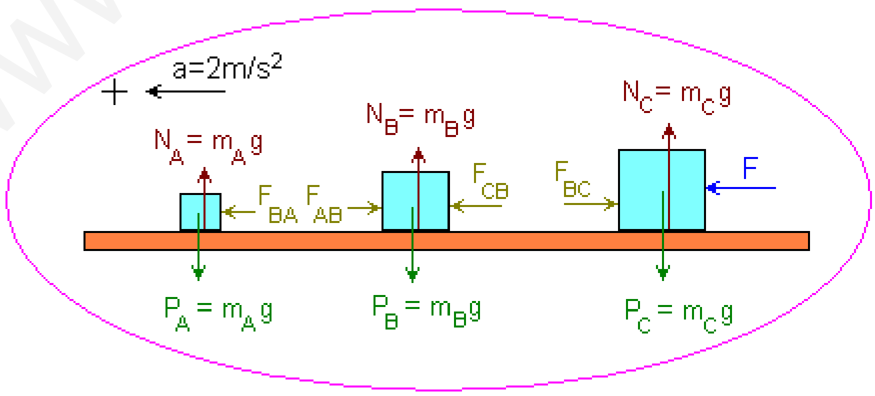


Verás como la fuerza F_{12} que le aplicas al balón hace que éste se mueva, al ser la única que actúa sobre él. Por otro lado verás como la velocidad de tu pie se “frena” por acción de la fuerza F_{21} que el balón hace sobre él. Además puedes comprobar como cuanto mayor sea la patada más te duele.

Ejemplo:
Tres bloques de masas respectivas 2, 3 y 4 Kg se encuentran sobre una mesa horizontal, estando en contacto entre sí. ¿Qué fuerza hay que aplicar al bloque de 4Kg para que el sistema se mueva con una aceleración de 2 m/s^2 ? ¿Porqué los tres bloques se mueven con la misma aceleración? ¿Qué fuerza ejerce el de 4Kg sobre el de 3Kg? ¿y el de 3Kg sobre el de 2Kg?



En primer lugar elegimos un SR. Como el problema es en una sola dimensión podemos evitar trabajar con vectores y simplemente nos limitaremos a considerar positivos los sentidos hacia la izquierda (como F y a) y negativos los que van a la derecha.
En segundo lugar vamos a descomponer el sistema en las tres partes de que consta y a dibujar todas las fuerzas que actúan sobre cada parte.



Observa que la fuerza F solamente actúa sobre el cubo en que está aplicada, y nada más que sobre él. Ahora bien, el cubo C empuja al B con una fuerza F_{CB} y éste ejerce sobre el primero una reacción F_{BC} y así sucesivamente.

Por otro lado tenemos los pesos de los cubos y las reacciones de la superficie de la mesa, a la que llamamos NORMAL porque siempre es perpendicular a la superficie.

Aplicamos ahora la segunda ley de Newton a todo el sistema y para que no haya olvido lo hemos encerrado en una curva.

$$F = m \cdot a$$

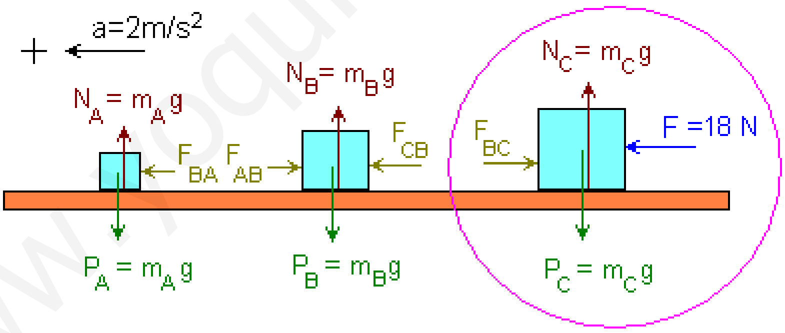
La fórmula anterior hay que leerla como “la suma de todas las fuerzas que hay dentro de la curva es igual a la suma de todas las masas dentro de la curva por la aceleración con que se mueven”, así que, teniendo en cuenta el las fuerzas iguales y de sentido contrario se anulan, nos queda que la única fuerza que nos queda es F y por tanto:

$$F = (2+3+4) \cdot 2 = 18 \text{Newton}$$

b) Los tres cubos se mueven con la misma aceleración siempre y cuando sean indeformables, en tal caso si el último se desplaza un tanto los anteriores deben hacer lo mismo.

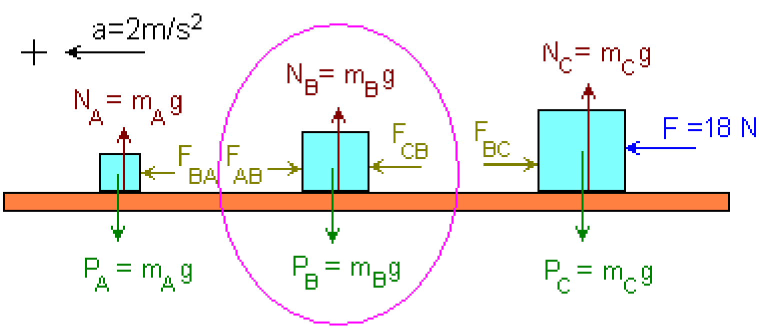
c) Hay que darse cuenta de que las fuerzas que unos cubos hacen contra los otros no aparecen al aplicar la segunda ley a todo el sistema porque son fuerzas que unas partes del sistema hacen contra otras partes del sistema y como siempre van por parejas (la de acción y la de reacción) pues se compensan unas con otras.

Si queremos calcularlas debemos aplicar la segunda ley a una parte del sistema. Por ejemplo vamos a aplicarla al cubo C (La aplicamos con el mismo criterio: Suma de las fuerzas dentro de la curva igual a masa dentro de la curva por la aceleración)



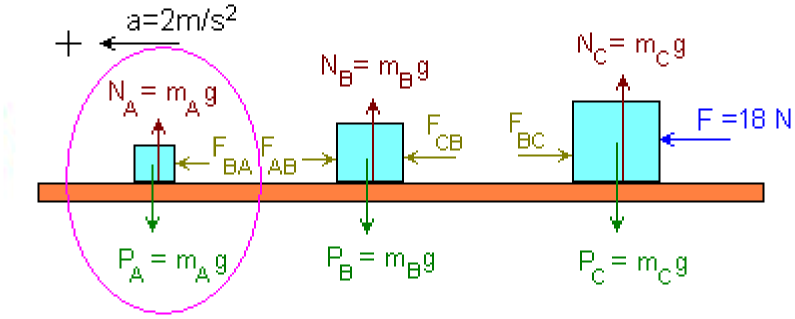
$$F - F_{BC} = m_C \cdot a \qquad \Rightarrow \qquad 18 - F_{BC} = 4 \cdot 2 \qquad \Rightarrow \qquad F_{BC} = 10 \text{ New}$$

Para calcular la fuerza que el cubo B ejerce sobre el A aplicamos la segunda ley al cubo B



$$F_{BC} - F_{AB} = m_B \cdot a \qquad \Rightarrow \qquad 10 - F_{AB} = 3 \cdot 2 \qquad \Rightarrow \qquad F_{AB} = 4 \text{ New}$$

A título de comprobación podíamos calcular la fuerza F_{BA} aplicando la segunda ley al cubo A (como sabemos debe resultar 4 New)

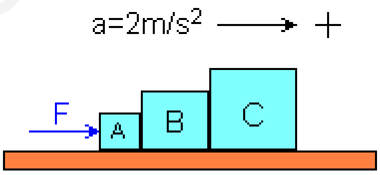


$$F_{BA} = m_A \cdot a \qquad \Rightarrow \qquad F_{BA} = 2 \cdot 2 = 4\text{New}$$

Hay que resaltar que la fuerza de 18 New que se aplica al cubo C no se transmite de unos cubos a otros, como pudiera pensarse por error. Vamos a ver cual es la resultante sobre cada cubo:

$$F_C = F - F_{BC} = 18 - 10 = 8\text{New}$$
$$F_B = F_{CB} - F_{AB} = 10 - 4 = 6\text{New}$$
$$F_A = F_{BA} = 4\text{New}$$

Como ejercicio podrías repetir el problema, pero suponiendo ahora que la fuerza F se aplica al cubo A, de 2Kg. En este caso las soluciones serían: F=18N; F_{BA}=F_{AB}=14 y F_{CB}=F_{BC}=8 Newton

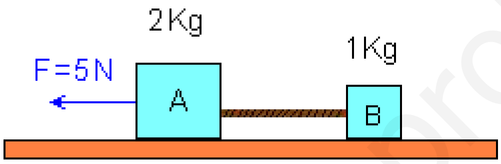


TENSIONES

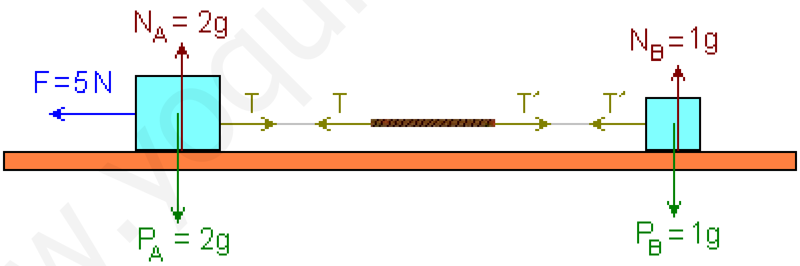
Siempre que en un sistema haya cuerdas uniendo unas partes con otras, se llama tensión a la fuerza que soportan las mismas.

Las tensiones con fuerzas que unas partes del sistema hacen contra otras partes del mismo, de manera que si aplicamos la segunda ley de Newton a todo el sistema nunca aparecen, porque se compensan las de acción con las de reacción. La única forma de calcularlas es aplicando la segunda ley a una parte del sistema.

Ejemplo:
Dado el sistema de la figura, en el que las dos masas están unidas por una cuerda inextensible y de masa despreciable, calcular despreciando el rozamiento:
a) Aceleración del sistema
b) Aceleración de la masa de 1Kg ¿Qué fuerza actúa sobre ella?
c) Mostrar todas las fuerzas que actúan sobre la masa de 2Kg. ¿Cuál es la fuerza neta sobre ella?



En primer lugar vamos a descomponer el sistema en las partes que tiene y poner todas las fuerzas que hay sobre cada una. Básicamente este ejercicio es como el anterior, solo que en lugar de empujarle al cubo ahora es la tensión de la cuerda la que tira de él



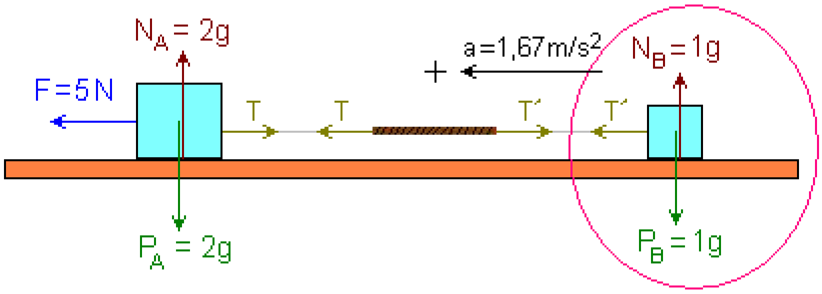
Las tensiones T y T´ no son fuerzas de acción y reacción puesto que están aplicadas sobre el mismo cuerpo (la cuerda). Lo que pasa es que como veremos son iguales porque la cuerda no tiene masa.

Si aplicamos la segunda ley a todo el sistema tendremos, que como la fuerza resultante es 5N y la masa del sistema es (2+1)

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 5 = (2+1) \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = 1{,}67 \text{ m/s}^2$$

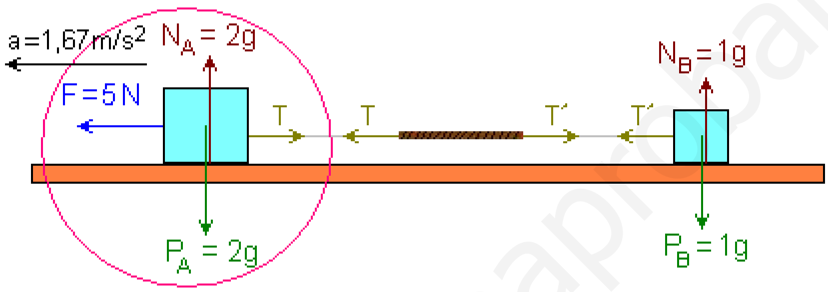
Esta es la aceleración del sistema y de cada una de sus partes, puesto que la cuerda es inextensible.

b) La aceleración de la masa de 1Kg, como hemos dicho, es igual a la del sistema, por tanto aplicando la segunda ley a la masa de 1 Kg, tendremos:



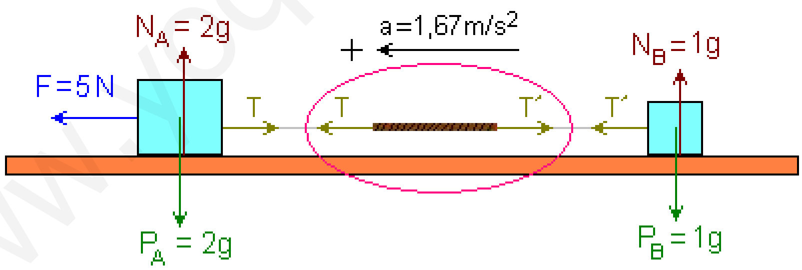
$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad T' = 1 \cdot 1{,}67 = 1{,}67\,\text{New}$$

c) Aplicando ahora la segunda ley a la masa de 2 Kg, tendremos:



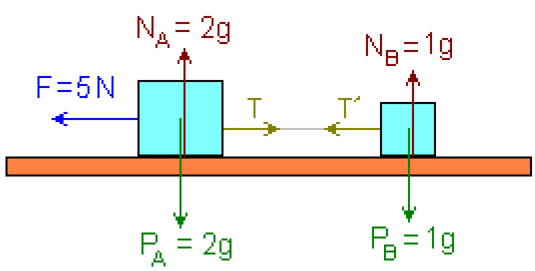
$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 5 - T = 2 \cdot 1{,}67 \quad \Rightarrow \quad T = 1{,}67\ \text{New}$$

En efecto, ya que como habíamos dicho al tener la cuerda una masa despreciable la tensión a ambos lados es la misma. Lo que resuñta evidente aplicando la segnda ley a la cuerda, ya que:



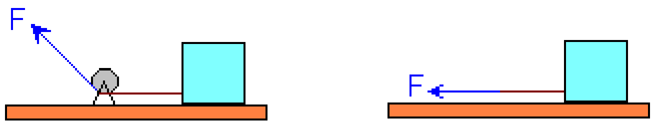
$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad T - T' = 0 \cdot 1{,}67 \quad \Rightarrow \quad T = T'$$

Por esta razón cuando se trate de cuerdas de masa despreciable al hacer una descomposición del sistema podemos dar de lado a las cuerdas. Simplemente haremos el esquema como:



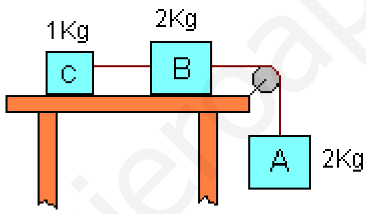
POLEAS IDEALES

Una polea ideal es aquella que tiene masa despreciable y en ella no hay rozamiento, en cuyo caso a ambos lados la tensión de la cuerda es la misma, en otras palabras, solo modifica la dirección de la fuerza sin que varíe su módulo. Por tanto para una polea ideal las dos situaciones siguientes serían exactamente la misma:

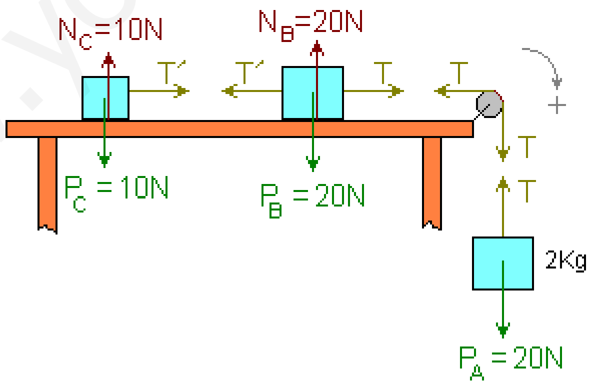


Si la polea tiene una masa que no puede despreciarse la tensión a ambos lados de la cuerda no es la misma y para resolver hemos de conocer el momento que la hace girar y el momento de inercia de la polea, así que lo estudiaremos en rotaciones.

Ejemplo:
Calcular la aceleración del sistema de la figura y las tensiones de todos los tramos de la cuerda. Supón la polea ideal y que no hay rozamiento.



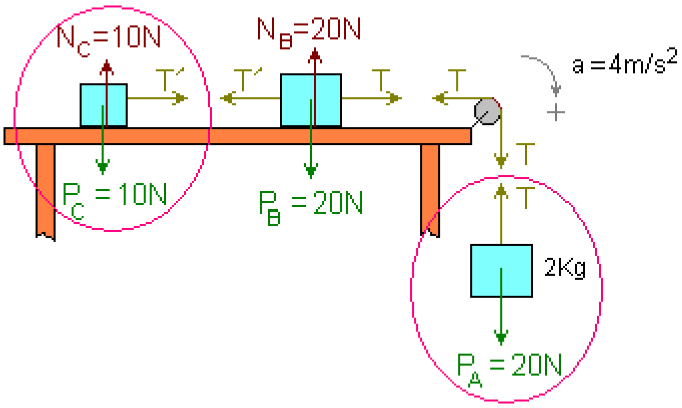
En primer lugar elegimos un SR y luego haremos un esquema de todas las fuerzas que actúan sobre cada parte del sistema:



Aplicando la segunda ley a todo el sistema podemos calcular la aceleración con que se mueve el sistema:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 20 = (2+2+1)\cdot a \quad \Rightarrow \quad a = 4 \text{ m/s}^2$$

Para calcular la tensión T´ aplicaremos la segunda ley a la masa de 1Kg



$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad T´= 1 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad T´=4 \text{ New}$$

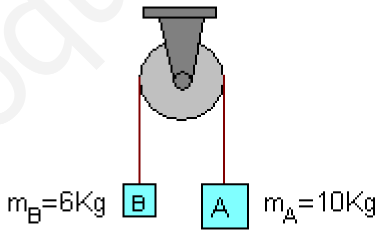
Para calcular la tensión T aplicaremos la segunda ley a la masa A:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 20 - T = 2 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad T = 12 \text{ New}$$

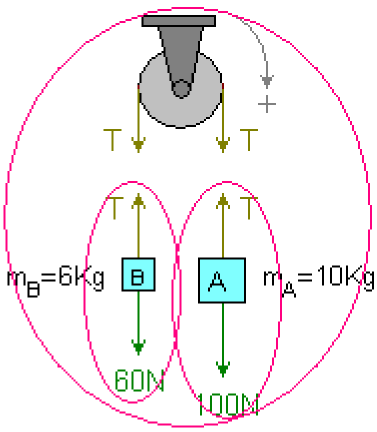
Para comprobar el resultado podríamos aplicar la segunda ley a la masa B:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad T - T´= m_B \cdot a \quad \Rightarrow \quad 12 - 4 = 2 \cdot 4$$

Ejemplo:
La máquina de Atwood no es más que una polea de la que cuelgan masas a ambos lados. Si las masas son de 10 y 6 Kg, calcular:
a) La aceleración con que evoluciona el sistema
b) La tensión de la cuerda



Como siempre descomponemos el sistema en cada parte y dibujamos las fuerzas



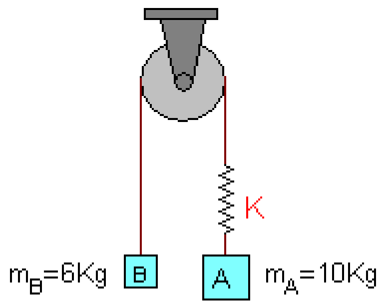
La segunda ley a todo el sistema sería:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 100 - 60 = (10 + 6) \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = 2{,}5 \text{ m/s}^2$$

Para calcular la tensión aplicamos la segunda ley a cualquiera de las masas. Por ejemplo a la masa A:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 100 - T = 10 \cdot 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad T = 75 \text{ New}$$

Supongamos que insertamos un muelle de constante elástica 500 N/m. Vamos a calcular lo que se deformaría mientras evoluciona el sistema:



Como se sabe la deformación es proporcional a la fuerza aplicada al resorte y viene dada por la ley de Hooke:

$$F = K \cdot x$$

donde K es la constante elástica y *x* la deformación

Teniendo en cuenta que la fuerza que actúa sobre el muelle es, evidentemente, la tensión de la cuerda, que vale 75 New, tendremos:

$$F = K \cdot x \quad \Rightarrow \quad 75 = 500 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

MOMENTO LINEAL o CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El momento lineal de una partícula ($\vec{p}$) por definición es igual al producto de su masa por su velocidad:

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

Como puede verse es un vector en la dirección y sentido de la velocidad, ya que la masa es un escalar siempre positivo.

La segunda ley de Newton puede escribirse también en función del momento lineal. Si derivamos respecto al tempo la definición de momento lineal tendremos:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\cancel{\frac{d\vec{v}}{dt}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

El primer sumando es nulo puesto que la masa es una constante, y teniendo en cuenta la definición de aceleración, finalmente podemos decir que:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

La segunda ley puede expresarse también diciendo que "la fuerza es igual a la variación del momento lineal con respecto al tiempo".

Observa que si $\vec{F} = 0$ eso implica que $\vec{p}$ es constante y por lo tanto que la velocidad de la partícula es constante y que la aceleración es nula. (A esta misma conclusión llegamos teniendo en cuenta la otra definición de fuerza $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$)

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Dice que "Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o bien la resultante de las que actúan es nula, entonces se conserva el momento lineal."

Su demostración es evidente, ya que:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \text{Si } \vec{F} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{p} = \text{cte.}$$

IMPULSO LINEAL O MECÁNICO

Se llama así a la fuerza por el tiempo en que actúa:

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = F(t_2 - t_1) = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Como puede verse el impulso lineal es un vector en la dirección y sentido de la fuerza.

Teniendo en cuenta la definición de impulso lineal y la segunda ley de Newton podemos poner:

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\vec{I} = \Delta \vec{p}}$$

Lo que nos dice que el "impulso lineal es igual a la variación del momento lineal o cantidad de movimiento" y se conoce como teorema del impulso mecánico.

Ejemplo:

Una bola de 1 Kg de masa cae verticalmente desde una altura de 20 m y rebota saliendo con una velocidad inicial de 10 m/s. Calcular:

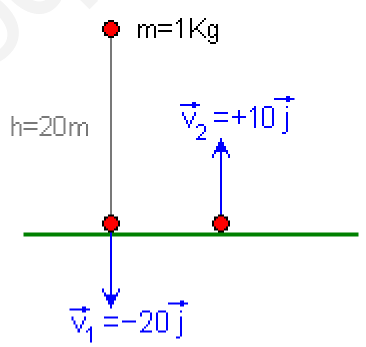
a) El impulso que actúa sobre la bola durante el contacto

b) Si el tiempo que está en contacto con el suelo es de 0,02 seg ¿Cuál es la fuerza media ejercida por el suelo?

La velocidad de la pelota al llegar al suelo desde una altura de 20 m es:

$$v = \sqrt{\cancel{v_o^2} + 2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = 20 m/s$$

En forma de vector $\quad \vec{v} = -20\vec{j}$



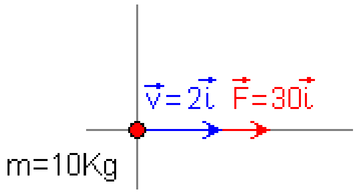
a) Teniendo en cuenta que el impulso lineal es igual a la variación del momento lineal:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = 10\vec{j} - (-20\vec{j}) = 30\vec{j} \ \ N{\cdot}s$$

b) La fuerza que el suelo ha ejercido sobre la pelota durante esos 0,02 seg que ha estado en contacto es, teniendo en cuenta la definición de impulso lineal:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{30\vec{j}}{0{,}02} = 1500\vec{j} New$$

Ejemplo:
Sobre una partícula de 10 Kg que tiene una velocidad inicial de 2 m/s se aplica una fuerza de 30 N en la misma dirección y sentido, durante 5 seg, calcular:
a) El impulso que ha resido la partícula
b) Aceleración
c) La velocidad que tendrá cuando cese la fuerza



a) El impulso será:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = 30\vec{i} \cdot 5 = 150\vec{i} \;\; \text{N·s}$$

b) La aceleración:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{30\vec{i}}{10} = 3\vec{i} \;\; \text{m/s}^2$$

c) La velocidad al cabo de 5 seg, la vamos a calcular teniendo en cuenta que el impulso mecánico comunicado al cuerpo es igual a la variación del momento lineal, así pues:

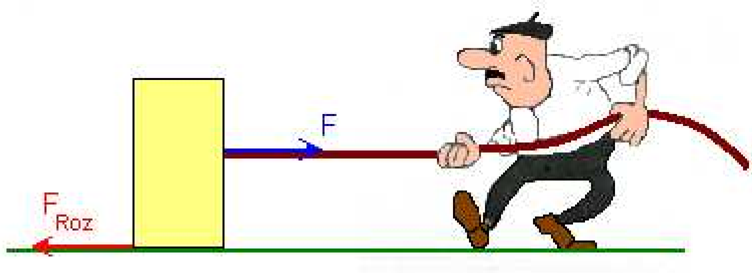
$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \quad \Rightarrow \quad \vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \quad \Rightarrow \quad 150\vec{i} = 10 \cdot \vec{v}_2 - 10 \cdot 2\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_2 = 17\vec{i} \;\; \text{m/s}$$

Al mismo resultado llegaríamos si tenemos en cuenta que como se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la velocidad viene dada por:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a} \cdot t = 2\vec{i} + 3\vec{i} \cdot 5 = 17\vec{i} \;\; \text{m/s}$$

ROZAMIENTO POR DESLIZAMIENTO

Todos sabemos que si comunicamos aun cuerpo una velocidad determinada y lo abandonamos termina parándose. En consecuencia podemos afirmar que sobre él actúa una fuerza en sentido contrario a la velocidad a la que llamaremos fuerza de rozamiento o de fricción.



Si aun cuerpo que está en reposo le aplicamos una pequeña fuerza, vemos que no se mueve, lo que indica que aparece una contraria del mismo valor.

Si aumentamos la fuerza F un poco vemos que seguimos in mover el cuerpo, lo que quiere decir que la fuerza de rozamiento se ha hecho mayor, y así sucesivamente, pero sabemos que llega un momento en que empezamos a mover el cuerpo, lo que indica que la fuerza de rozamiento no crece indefinidamente, sino que tiene un tope.

También sabemos, por experiencia, que una vez puesto en marcha el cuerpo la fuerza necesaria para seguir moviéndolo uniformemente es más pequeña que la que hicimos para iniciar el movimiento. Esto nos lleva a pensar que hay dos fuerza de rozamiento:

- La que existe entre las superficies cuando está en reposo en intentamos moverlo, que llamaremos fuerza de rozamiento estática, que varía desde cero hasta un valor máximo dado por:

$$F_{Roz,Est} = N \cdot \mu_{Est}$$

- La que existe entre las superficies cuando está moviéndose, que llamaremos fuerza de rozamiento dinámica, que tiene un valor máximo dado por:

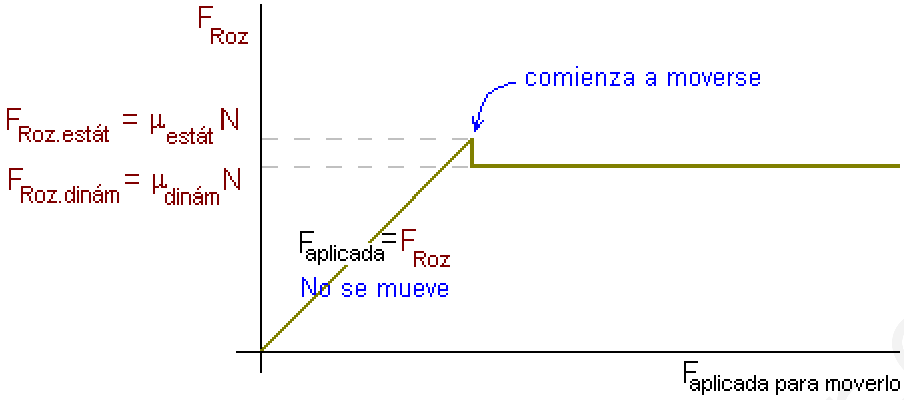
$$F_{Roz,Din} = N \cdot \mu_{Din}$$

En ambas expresiones N es la fuerza normal ejercida por el, plano sobre el cuerpo (no solo la debida al peso, sino la resultante de las fuerzas que el plano hace sobre el cuerpo) y μ es el coeficiente de rozamiento estático o dinámico, según el caso.

El coeficiente de rozamiento, como puede verse al tratarse del cociente entre dos fuerzas, es adimensional y solo depende de las superficies en contacto y de su estado.

También es fácil de suponer que puesto que la fuerza de rozamiento estática es mayor que la dinámica, entonces $\mu_{Est} \rangle \mu_{Din}$

Si representamos la fuerza que debemos aplicar a un cuerpo para moverlo uniformemente, en función de la fuerza de rozamiento tendríamos algo similar a:



Como se aprecia en la figura, al principio la fuerza que aplicamos es compensada por la F_{roz} y el cuerpo no se mueve. El movimiento se inicia cuando la fuerza aplicada es igual a la F_{roz} estática máxima. Después, una vez iniciado el movimiento la fuerza de rozamiento disminuye hasta ser igual a la de rozamiento dinámica.

De todas formas la diferencia entre ambos coeficientes es muy pequeña y en la mayoría de los casos se promedia y se considera como si solo hubiese uno.

Otra cuestión a resaltar es que, dado que la fuerza de rozamiento es una fuerza en la dirección del movimiento y sentido contrario y la normal es una fuerza perpendicular al plano, la expresión que nos da la fuerza de rozamiento máxima no podemos escribirla vectorialmente en ningún caso, es decir:

$$F_{Roz} = N \cdot \mu \quad \text{(bien)}$$

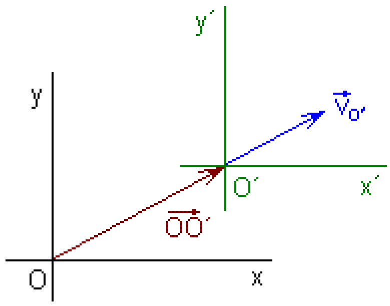
$$\vec{F}_{Roz} = \vec{N} \cdot \mu \quad \text{(mal)}$$

Ejemplo:
Si tiramos de un bloque de 10Kg formando un ángulo de 37º y el coeficiente de rozamiento estático es de 0,3 y el dinámico 0,2, calcular la fuerza que debemos ejercer para:
a) Empezar a moverlo
b) Continuar moviéndolo con velocidad constante
c) Moverlo con aceleración de 2 m/s^2

Ejemplo:
Un bloque de 2Kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado 60º, con una velocidad inicial de 3 m/s. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3.
a) Dibujar todas las fuerzas que actúan sobre el bloque mientras asciende
b) Distancia que recorre sobre el plano antes de detenerse momentáneamente.
c) Velocidad con que llega de nuevo a la posición inicial.

MOVIMIENTO RELATIVO

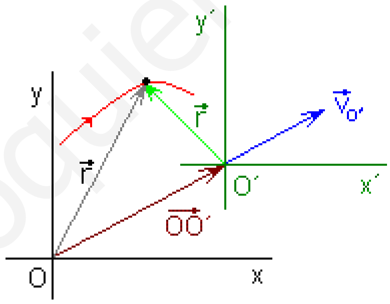
Como sabemos por experiencia un mismo movimiento puede explicarse de distinta forma desde sistemas de referencia que se mueven entre sí.
Supongamos un SR fijo, al que llamaremos absoluto, y otro SR que se mueve respecto al primero con una velocidad $\vec{v}_{o'}$ y con un movimiento solo de traslación:



El RS móvil puede moverse con o sin aceleración.

- Se llama sistema de referencia inercial (SRI) si está fijo o se mueve sin aceleración.
- Se llama sistema de referencia no inercial (SRNI) si se mueve con aceleración

Supongamos una partícula que se está moviendo, el vector de posición de ella respecto de cada sistema será $\vec{r}$ y $\vec{r}'$



Como puede verse en la figura:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{OO'}$$

Antes de seguir vamos a definir:

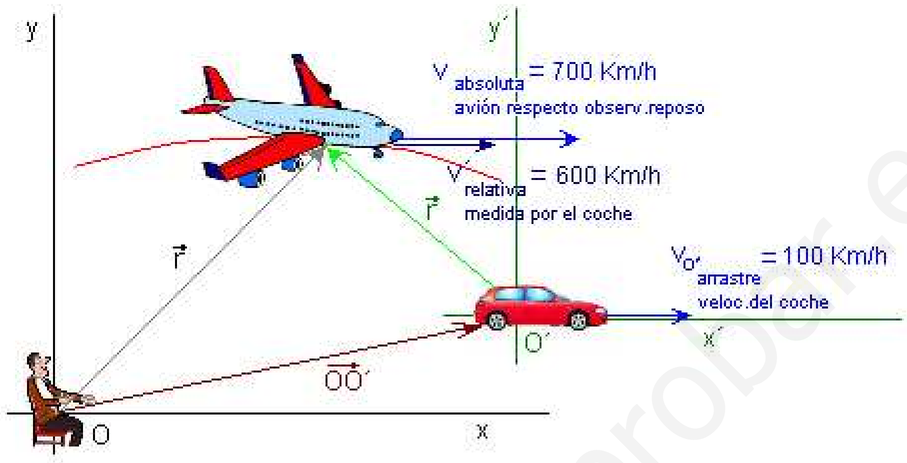
- Movimiento absoluto: el que tiene la partícula P respecto del SR aboluto
- Movimiento relativo: El que tiene la partícula respecto del SR móvil X´Y´. Para el cálculo de éste se considera que el SR está fijo.
- Movimiento de arrastre: El que tiene la partícula respecto del SR XY, pero considerando que se mueve rígidamente unido a X´Y´. (Es como si la partícula P se soldara a los ejes X´Y´ y se moviera arrastrada por ellos.)

Derivando la expresión anterior respecto al tiempo obtenemos la velocidad:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{OO'}}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{o'}$$

- * $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula respecto del SR fijo. Es la velocidad absoluta
- * $\vec{v}\,'$ es la velocidad de la partícula respecto del SR móvil. Es la velocidad relativa
- * $\vec{v}_{o'}$ es la velocidad del SR móvil respecto del fijo, que coincide con la velocidad de arrastre

$$\vec{v}_{absoluta} = \vec{v}_{relativa} + \vec{v}_{arrastre}$$



Volviendo a derivar obtendremos la aceleración, así que:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{o'}$$

- * $\vec{a}$ es la aceleración respecto del SR fijo
- * $\vec{a}\,'$ es la aceleración respecto del SR móvil
- * $\vec{a}_{o'}$ es la aceleración el SR móvil respecto del SR fijo.

Es importante darse cuenta de que si el SR que se mueve es también inercial, es decir, no tiene aceleración, entones: $\vec{a} = \vec{a}'$ lo que quiere decir que los dos observadores medirían la misma aceleración para la partícula.

Ejemplo:
Vamos en un autobús a una velocidad constante de 20 m/s. Si dejamos caer una moneda al piso del autobús desde una altura de 1m ¿Cuánto tarda en caer al suelo? ¿Cómo describiría el movimiento un observador que estuviera dentro del autobús y otro que estuviera en reposo en la calle?

El tiempo que tarda en caer es independiente del movimiento del observador, ya que cae por efecto de la gravedad y por tato le aplicamos las ecuaciones del movimiento acelerado:

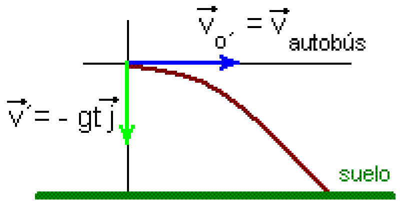
$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \qquad \Rightarrow \qquad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} = 0{,}45\text{seg}$$

El observador en el autobús (SR móvil X´Y´) vería caer la moneda según la vertical, exactamente igual que si tu la dejaras caer ahora desde tu mesa. (precisamente nosotros ahora nos estamos moviendo con un movimiento de rotación y a una velocidad superior a 1000 km/h). Por tanto la velocidad el observador en el autobús sería:

$$\vec{v}' = -gt \cdot \vec{j}$$

Para el observador situado en el suelo (SR fijo XY) la velocidad sería:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{o'} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{v} = -gt \cdot \vec{j} + 20\vec{i}$$



Su vector de posición lo calculamos integrando, y la aceleración derivando:

$$\vec{r} = -\frac{1}{2}gt^2\vec{j} + 20t \cdot \vec{i}$$

$$\vec{a} = -g \cdot \vec{j}$$

Resulta que los dos observadores miden la misma aceleración, la de la gravedad. Efectivamente, porque el sistema (el autobús) se mueve con una velocidad constante de 20 m/s y sin aceleración y por tanto se trata también de un SRI

La ecuación de la trayectoria:

$$x = 20t$$
$$y = -5t^2$$

eliminando el tiempo: $$y = -\frac{x^2}{80}$$

Como ves el movimiento absoluto no es más que la combinación de dos movimientos. Una cosa más, este resultado no valdría si el autobús da una curva, porque en tal caso habría aceleración normal y sería un SNRI.

FUERZAS DE INERCIA

Vamos a tratar de explicar la segunda ley de Newton desde el punto de vista de un observador no inercial, es decir que se mueve en un sistema de referencia acelerado:

Como sabemos, la aceleración absoluta (la que mide el observador en reposo) es igual a la relativa (la que mide el observador del SR móvil) más la de arrastre del sistema:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{o'}$$

por tanto la segunda ley para cada observador sería exactamente igual, solo que para cada observador la aceleración es distinta, (para el observador absoluto es $\vec{a}$ y para el que se mueve es $\vec{a}'$) así pues:

- Para el absoluto (SRI) $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{a}' + m \cdot \vec{a}_{o'}$

- Para el que se mueve con aceleración (SRNI) $\vec{F} = m \cdot \vec{a}'$

Se llama fuerza de inercia al producto de la masa por la aceleración <u>opuesta</u> a la del SR móvil.

$$\boxed{\vec{F}_{inercia} = -m \cdot \vec{a}_{o'}}$$

según esto podemos poner que:

$$\vec{F} - m \cdot \vec{a}_{o'} = m \cdot \vec{a}'$$

$$\vec{F} + \vec{F}_{inercia} = m \cdot \vec{a}'$$

$$\vec{F}_{total} = m \cdot \vec{a}'$$

La forma en que se expresa el observador no inercial es idéntica forma a la que expresa la segunda ley el observador inercial. La diferencia es que para el SRNI además de las fuerzas reales que existan sobre el cuerpo, para él además actúa la de inercia.

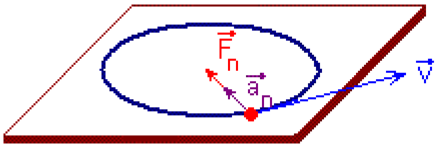
Hay que insistir en que la fuerza de inercia es incomprensible y no tiene sentido para el observador inercial. Sin embargo para el SRNI son fuerzas tan reales como todas las demás.

En muchas ocasiones nos interesa resolver los problemas desde SRNI, en cuyo caso no debemos olvidarnos de las fuerzas de inercia.

Ejemplo:
Un coche tiene un movimiento circular uniforme de radio R. ¿Cómo describiría el movimiento un observador situado en el centro de la circunferencia? ¿Cómo lo describiría otro desde dentro del coche?

Para el observador situado en el centro de la trayectoria (SRI, porque está en reposo) la cosa es muy simple. Diría: "Si el coche describe un movimiento circular uniforme, la aceleración tangencial es nula, pero debe tener una aceleración normal o de lo contrario no estaría girando" por tanto:

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$$



El observador situado en el centro de la trayectoria verá que sobre el coche actúa una fuerza, causante de esa aceleración:

$$\vec{F} = m \cdot a = m\frac{v^2}{R}\vec{n}$$

Resumiendo, diría: "sobre el coche actúa una fuerza de módulo mv^2/R en la dirección del radio y apuntando hacia el centro de la circunferencia." Se le llama fuerza normal o centrípeta y es una fuerza real o de lo contrario el coche no giraría, es decir su velocidad no cambiaría en dirección. (*)

El observador que se mueve con el coche, es decir en el SRNI, la situación también es muy clara. Diría: "El coche respecto a mí no tiene ninguna aceleración, es más está en reposo, por tanto sobre él no actúa ninguna fuerza" (Sería exactamente lo que cualquiera de nosotros respondería si estamos sentados y nos preguntan por el movimiento de la pizarra) . Es decir que :

$$\vec{a}' = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F}_{total} = 0$$

Quiere decir que el observador que se mueve en el coche debe "inventar" una fuerza igual y de sentido contrario a la que realmente existe (a la que hace que el coche gire) ya que sobre él no existe ninguna fuerza. Esa fuerza inventada o pseudofuerza es precisamente la fuerza de inercia.

A la fuerza de inercia asociada a un observador en un SR que gira se le llama **Fuerza centrífuga** y solo tiene sentido para el observador que va en el coche (SRNI), pero no tiene explicación para el observador que está fijo.

Efectivamente, el observador situado en el coche (SRNI) no mentiría, ya que para él la fuerza total es la suma de las que hay sobre el coche, es decir las reales más la de inercia, y la segunda ley para él sería:

$$\vec{F} + \vec{F}_{inercia} = m \cdot \vec{a}'$$

donde:

- $\vec{F}$ es la suma de todas las fuerzas reales sobre el coche, que como sabemos de la primera parte del ejercicio es:

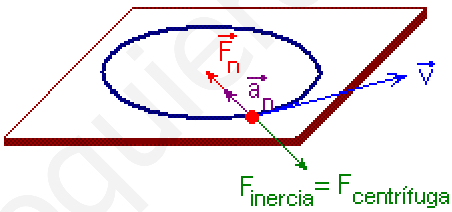
$$\vec{F} = m \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

- $\vec{F}_{inercia}$ es igual a "menos" la masa por la aceleración del SR móvil. Su dirección, por tanto es la misma que la de $\vec{a}_n$ y sentido contrario

$$\vec{F}_{inercia} = -m \cdot \vec{a}_{o'} = -m \cdot \vec{a}_n = -m \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

sustituyendo en la segunda ley para el observador no inercial, situado en el coche:

$$\vec{F} + \vec{F}_{inercia} = m \cdot \vec{a}' \quad \Rightarrow \quad m \frac{v^2}{R} \vec{n} + (-m \frac{v^2}{R} \vec{n}) = m \cdot \vec{a}' \quad \Rightarrow \quad 0 = m \cdot \vec{a}' \quad \Rightarrow \quad \vec{a}' = 0$$



Resumiendo podríamos decir que el observador que va en el coche, como mide aceleración cero, lo que hace es inventarse una fuerza igual y de sentido contrario a la real, aunque para él sea tan real como las demás.

(*) <u>Sobre la fuerza normal</u>: La fuerza normal es la responsable de que la velocidad del coche (o cualquier otro objeto) cambie de dirección y en consecuencia pueda girar. Su valor es $F_{normal}=mv^2/r$. Ahora bien, para cada situación concreta es diferente la naturaleza de esa fuerza normal, así por ejemplo:

- Cuando un objeto gira la fuerza normal es precisamente la tensión de la cuerda (F_n=T)
- En un coche que toma una curva la fuerza normal es precisamente la fuerza de rozamiento ($F_n=F_{roz}$)
- En el giro de la Luna la fuerza normal es igual a la atracción de la Tierra ($F_n=F_{grav}$)
- En el electrón del modelo atómico de Bohr la fuerza normal es igual a la de Coulomb
- Cuando una partícula cargada gira dentro de un campo magnético la fuerza normal es igual a la fuerza de Lorentz

Ejemplo:
¿Por qué al arrancar una moto el motorista tiende a irse hacia atrás? ¿Por qué al frenar tiene a irse hacia delante?

La primera ley de Newton se conoce también como ley de inercia y puede expresarse como “Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, entonces tiende a conservar su estado de movimiento”, es decir a continuar en reposo si lo estaba o a continuar con su movimiento rectilíneo y uniforme.

Por eso al arrancar (donde naturalmente hay una fuerza) la inercia del motorista es a permanecer en reposo, que es como estaba.

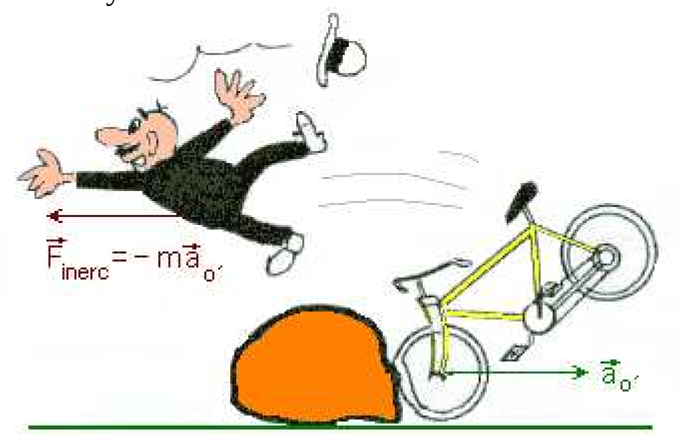
El mismo razonamiento puede hacerse cuando frena y ese es el motivo de que tienda a irse hacia delante, para conservar su anterior estado de movimiento.

Es evidente que las fuerzas que obran sobre el motorista son fuerzas de inercia, porque sólo se ve empujado hacia atrás o hacia delante cuando hay aceleración hacia delante o atrás respectivamente. Lo mismo ocurre si existe aceleración normal, es decir cuando tomamos una curva, donde se vería sometido a una fuerza centrífuga en sentido contrario a la fuerza normal.

En efecto: desde el punto de vista del motorista la moto no tiene aceleración, por tanto si esta acelera él se inventa una igual y de sentido contrario. Si la aceleración de la moto es $\vec{a}_{o'}$ la fuerza que empuja al hombre hacia delante o hacia a tras es:

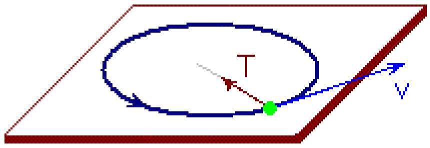
$$\vec{F}_{inercia} = -m \cdot \vec{a}_{o'}$$

Así que el signo menos indica que si la aceleración de la moto es hacia delante la fuerza de inercia será hacia atrás y viceversa.



Ejemplo:
Si atamos un cuerpo de 2Kg a una cuerda de 0,5m de radio y comenzamos a darle vueltas en una mesa horizontal con velocidad constante de 10 m/s, ¿Cuál será la tensión de la cuerda?. Si la tensión máxima que soporta la cuerda son 900N ¿Cuál es la velocidad máxima a que puede girar sin que se parta la cuerda?

Primero resolveremos el problema desde un SRI, es decir desde el punto de vista de un observador situado en el centro de la circunferencia:



Sobre el cuerpo actúa la tensión de la cuerda además del peso y la reacción del plano que no se han dibujado.

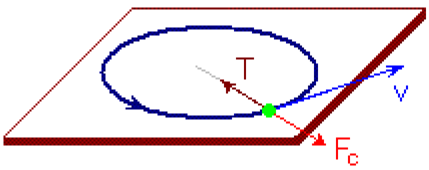
El observador situado en el centro de la circunferencia (SRI) diría: Para que un cuerpo gire debe estar sometido a una fuerza perpendicular a la velocidad que dé lugar a una aceleración normal, que es la responsable del cambio de dirección de la velocidad. En este caso concreto esa fuerza normal es precisamente la fuerza con que tira la cuerda, es decir la tensión T. De no existir esta fuerza normal el cuerpo no cambiaría de dirección y se movería en línea recta (que es lo que ocurriría si la cuerda se parte). Por tanto:

$$T \equiv F_n = m\frac{v^2}{R} = 2\frac{10^2}{0,5} = 400\,\text{New}$$

La máxima velocidad de giro será la que hace que la tensión sea de 900 New:

$$900 = 2\frac{v^2}{0,5} \qquad \Rightarrow \qquad v = 15 \text{ m/s}$$

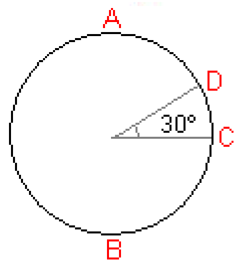
Ahora lo resolveremos desde el punto de vista de un observador no inercial, es decir que se mueve con el objeto (SRNI). Para él no hay aceleración y por tanto la resultante de las fuerzas debe ser nula, para lo que se "inventa" la fuerza centrífuga:



Como para el observador no inercial $\Sigma F=0 \quad \Rightarrow \quad T = F_c \quad \Rightarrow \quad T = m\frac{v^2}{R}$

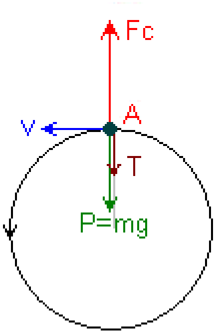
No tiene objeto volver a resolver el problema, que como vemos conduce a lo mismo, aunque partiendo de planteamientos distintos.

Ejemplo:
Si atamos un cuerpo de 2Kg a una cuerda de 0,5m de radio y comenzamos a darle vueltas en un plano vertical con velocidad constante de 10 m/s, ¿Cuál será la tensión de la cuerda en los tramos que se indican?



Vamos a resolver el ejercicio desde el punto de vista del observador no inercial, ya que siempre resulta más intuitivo:

A) En la posición A, para un observador que se mueva con el cuerpo hay las siguientes fuerzas: La tensión de la cuerda, el peso y la fuerza centrífuga:

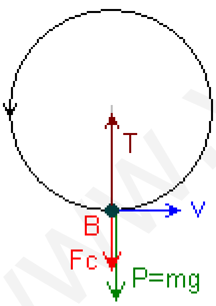


$$F_c = T + mg$$

$$m\frac{v^2}{R} = T + mg$$

$$2\frac{10^2}{0,5} = T + 2\cdot 10 \qquad \Rightarrow \qquad T = 380 \text{ New}$$

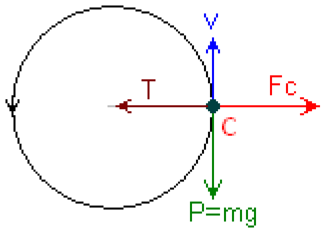
B) En la posición B tendremos:



$$T = F_c + mg$$

$$T = 2\frac{10^2}{0,5} + 2\cdot 10 = 420\text{New}$$

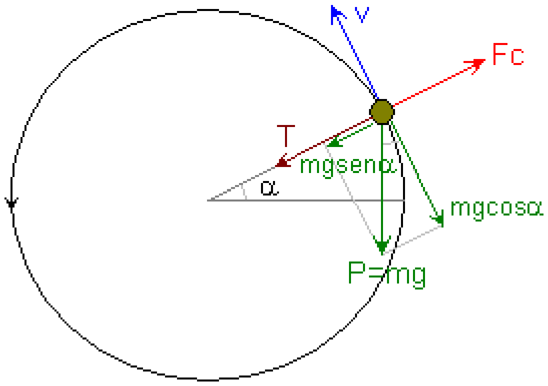
c) En el punto C tendremos:



$$T = F_c$$

$$T = 2\frac{10^2}{0,5} = 400\text{New}$$

d) En la posición D, cuando forma un ángulo de 30º la situación es:



$$F_c = T + mg\cdot sen30$$

$$2\frac{10^2}{0,5} = T + 2\cdot 10\cdot sen30$$

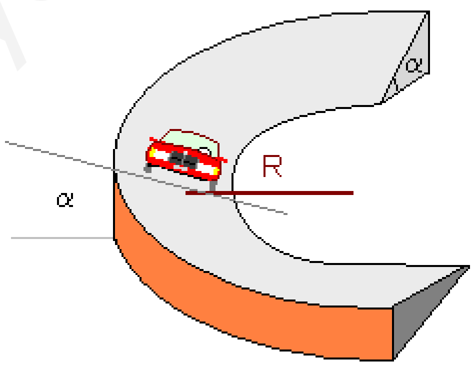
$$T = 390 \text{ New}$$

Quizá te preguntes que ocurre con el peso en el punto C y con la componente del peso, que en el caso D vale: $mg\cos\alpha$. Sencillamente se trata de una fuerza en sentido contrario la velocidad, ya que en ambos casos darían lugar a una aceleración tangencial que frenaría el cuerpo. Si como dice el enunciado el cuerpo gira con velocidad constante, es preciso que en estos tramos haya una fuerza en sentido contrario para compensarlas, y hacer que la $a_t = 0$, es decir, en el tramo AB (mientras baja) deberíamos frenar y en el tramo BA (mientras sube) debemos acelerar.

Ejemplo: Peraltes

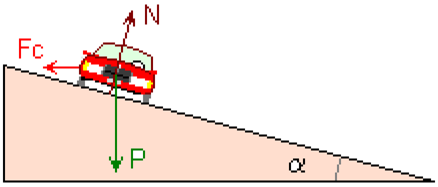
Las curvas en las pistas de carreras en lugar de ser llanas se inclinan hacia dentro con objeto de que los coches puedan tomarlas a mayor velocidad sin salirse. Lo mismo se hace en las curvas de los ferrocarriles en los que además se consigue un menor desgaste de vías y ruedas.

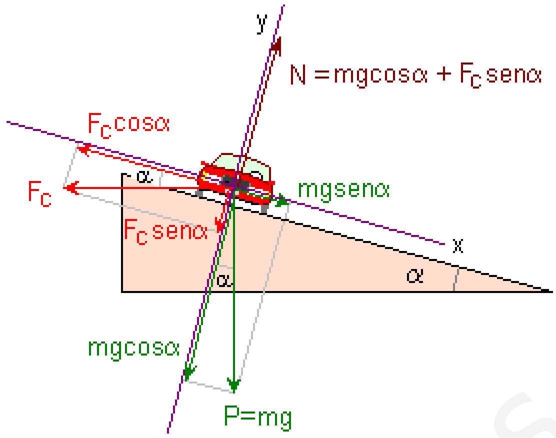
¿Cuál es la máxima velocidad con que puede entrar un coche en una curva de radio R, si su peralte forma un ángulo α con la horizontal?. Puede despreciar el rozamiento.



Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo desde el punto de vista de un observador no inercial son: El peso, la reacción del plano y la fuerza centrífuga. La suma de todas ellas debe ser cero.

Vamos a dar un corte vertical al peralte para dibujar las fuerzas:





Fíjate como la normal o reacción del plano es igual a la suma de todas las fuerzas que el cuerpo hace contra el plano, en este caso: N = mgcosα + $F_c$senα con lo que las fuerzas sobre el eje Y quedan equilibradas.

Por tanto, para que la fuerza total sea nula es preciso que también las fuerzas sobre el eje X se equilibren, así que :

$$F_c \cos\alpha = mg \cdot sen\alpha$$

$$m\frac{v^2}{R}\cos\alpha = mg \cdot sen\alpha$$

(fíjate que si la componente de la fuerza centrífuga fuese mayor el cuerpo se saldría de la curva. SI fuese mayor la componente del peso resbalaría.). despejando la velocidad tenemos que:

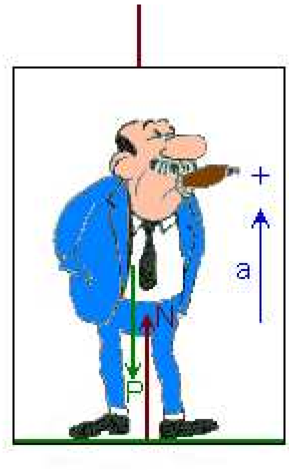
$$v = \sqrt{R \cdot g \cdot tg\alpha}$$

En primer lugar, y como era de suponer, la velocidad depende de la inclinación del peralte y cuanto mayor sea el ángulo, mayor será la velocidad con que puede entrar. Por otro lado también se puede observar que si no hay peralte ($tg0^o = 0$) la velocidad para que no se salga sería cero, lo que es evidente, ya hemos supuesto que no hay rozamiento. En una curva sin peralte es el rozamiento el que impide que se salga de la curva, hace el mismo papel que la tensión de la cuerda en un objeto que gira.

Ejemplo:
Un hombre de 70Kg se encuentra en la cabina de un ascensor. Calcular la fuerza que soporta el piso del ascensor en los siguientes casos:
a) Cuando sube con aceleración de 1m/s^2.
b) Cuando baja con la misma aceleración
c) Cuando sube con velocidad constante
d) Cuando está parado
e) Si se rompe la cuerda del ascensor

Simplemente aplicaremos la segunda ley de Newton y para ello consideraremos todas las fuerzas y aceleraciones que estén dirigidas hacia arriba como positivas y las que están dirigidas hacia abajo como negativas. (Sería como operar con vectores, pero prescindiendo de $\vec{j}$ porque el problema es en una dimensión)

Según ese criterio, un ascensor que sube acelerando y uno que baja frenando tienen aceleración positiva, porque en ambos casos está dirigida hacia arriba. De la misma forma si el ascensor sube frenando o baja acelerando tendrá aceleración negativa por estar dirigida hacia abajo.



P = peso del hombre = mg
N = reacción del piso el ascensor (peso aparente)
a = aceleración del ascensor

De forma general, la ley de Newton sería:

$$N - P = m \cdot a$$

Ahora vamos a resolver el problema:

a) El ascensor sube con aceleración de 1 m/s^2. $\Rightarrow$ $a = 1 m/s^2$ la segunda ley sería:

$$N - 70 \cdot 10 = 70 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad N = 770 \text{ New}$$

efectivamente esos 770 New son el peso aparente de la persona, es lo que el piso del ascensor nos diría que pesa si hablara. (Te habrás dado cuenta cuando estás en un ascensor y arranca hacia arriba da la impresión de que te pegas sobre el suelo.)

b) Cuando baja con aceleración de 1 m/s^2. $\Rightarrow$ $a = -1 m/s^2$ la segunda ley sería:

$$N - 70 \cdot 10 = 70 \cdot (-1) \quad \Rightarrow \quad N = 630 \text{ New}$$

c) y d) Cuando sube con velocidad constante o está parado $\Rightarrow$ $a = 0$

$$N - 70 \cdot 10 = 70 \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad N = 700 \text{ New}$$

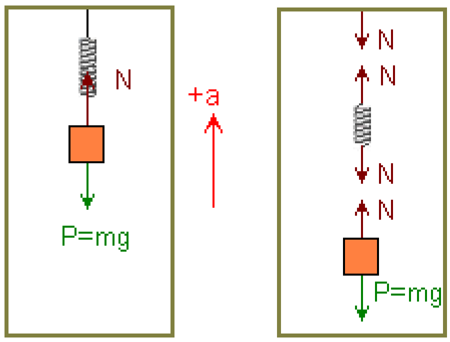
Fíjate que la reacción del piso del ascensor sería la misma si sube con velocidad constante como si baja con velocidad constante, como si está parado, porque en todos los casos la aceleración es cero, y en consecuencia la reacción del piso es igual al peso.

e) Cuando se rompa la cuerda del ascensor este bajará con la aceleración de la gravedad, por tanto: $a = -10 m/s^2$

$$N - 70 \cdot 10 = 70 \cdot (-10) \quad \Rightarrow \quad N = 0 \text{ New}$$

Ejemplo:
Un cuerpo de 1Kg cuelga de un dinamómetro que se encuentra colgado del techo de un ascensor. Indicar lo que marcará en cada uno de los siguientes casos:
a) Si el ascensor sube con una aceleración de 5 m/s^2 dirigida hacia abajo
b) Si baja con una aceleración de 5 m/s^2 dirigida hacia arriba
c) Si baja con movimiento uniforme.

Sobre el cuerpo que cuelga del dinamómetro hay dos fuerzas: el peso y la fuerza recuperadora del muelle, que llamaremos N y que representa al peso aparente del cuerpo. Además N es la fuerza que soporta el techo del ascensor.



$$N - P = m \cdot a$$

a) Cuando sube con aceleración de 5 m/s^2 dirigida hacia abajo, es decir sube frenando:

$$a = -5 \text{ m/s2} \quad \Rightarrow \quad N - 1 \cdot 10 = 1 \cdot (-5) \quad \Rightarrow \quad N = 5 \text{ New}$$

efectivamente, sabemos que cuando subimos en un ascensor y frena para detenerse, que sería el caso, parecemos levantarnos del piso, es decir, parece que pesamos menos.

b) Cuando baja con aceleración de 5 m/s^2 dirigida hacia arriba, es decir, baja frenando:

$$a = 5 \text{ m/s2} \quad \Rightarrow \quad N - 1 \cdot 10 = 1 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad N = 15 \text{ New}$$

c) Si baja con movimiento uniforme o sube con movimiento uniforme o si está parado:

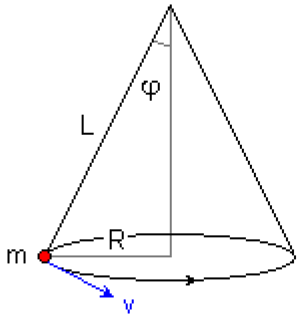
$$a = 0 \text{ m/s2} \quad \Rightarrow \quad N - 1 \cdot 10 = 1 \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad N = 10 \text{ New}$$

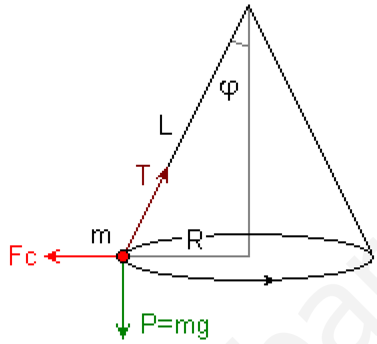
La fuerza N, como sabemos, es la fuerza que deforma al muelle del dinamómetro. Por tanto si la constante elástica es K la deformación respecto de la posición de equilibrio, según la ley de Hooke es:

$$N = K \cdot x$$

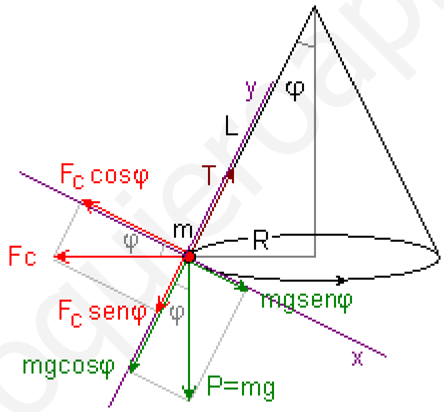
Ejemplo:

Si atamos un cuerpo a un extremo de una cuerda y comenzamos a darle vueltas tendremos lo que se llama un péndulo cónico, porque la cuerda describe un cono.
Si la masa es 1Kg y la longitud de la cuerda es *L=1m* y el ángulo que forma con la vertical es φ=37º calcular en función de estas magnitudes: a) la velocidad de la masa, b) la tensión de la cuerda, c) el periodo del péndulo





De la figura se deduce que $R = L \cdot \text{sen}\varphi = 1 \cdot \text{sen}37 = 0{,}6\text{metros}$
vamos a descomponer la fuerzas en un sistema de referencia con uno de los ejes en la dirección de la cuerda:



a) La resultante de las fuerzas en el eje X también debe ser nula, por tanto:

$$F_c \cos\varphi = mg \cdot \text{sen}\varphi \quad \Rightarrow \quad m\frac{v^2}{R}\cos\varphi = mg \cdot \text{sen}\varphi \quad \Rightarrow \quad 1\frac{v^2}{0{,}6}\cos 37 = 1 \cdot 10 \cdot \text{sen}37$$

por tanto: v = 2,1 m/s

b) La tensión de la cuerda es:

$$T = F_c \text{sen}\varphi + mg\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad T = m\frac{v^2}{R}\text{sen}\varphi + mg\cos\varphi$$

$$T = 1\frac{2{,}1^2}{0{,}6}\text{sen}37 + 1 \cdot 10 \cdot \cos 37 = 12{,}4\text{New}$$

c) Teniendo en cuenta que la relación entre la velocidad lineal y la angular es el radio y que además el periodo es el tiempo que tarda en dar una vuelta que son 2π radianes:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi}{T}R \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}6}{2{,}1} = 1{,}8\text{seg}$$