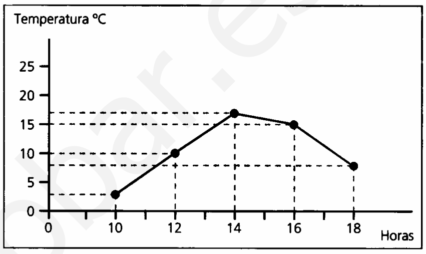
1.- Introducción.

La **Cinemática** *es la parte de la Física que describe los movimientos de los cuerpos sin abordar las causas que los producen*, las cuales son objeto de otra parte de la Física: la Dinámica.

La Cinemática responde a la necesidad de saber como son los movimientos de los cuerpos; en unos casos para poder influir sobre ellos, como en la artillería, la astronáutica o el control de ferrocarriles; en otros, para poder predecir sucesos como los eclipses o las mareas producidos por el movimiento de los astros. Históricamente, la Cinemática moderna nace con los trabajos de **Galileo Galilei** en el estudio de los movimientos rectilíneos.

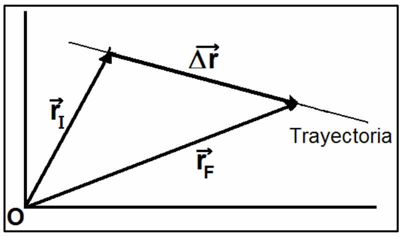
2.- Magnitudes escalares y magnitudes vectoriales.



- Son **magnitudes escalares** *aquellas, como la masa, la temperatura, la energía, etc., cuyo valor queda fijado por un número (con su unidad correspondiente).*

➢ Gráficamente se representan mediante un punto en una escala (de ahí el nombre).

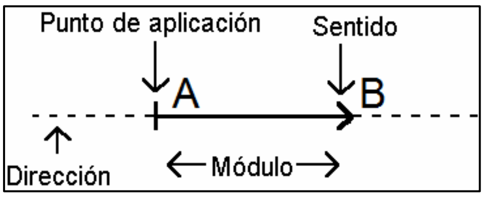
➢ Algebraicamente se representan por medio de letras latinas o griegas (T, m, V, E, α, β,...).



- Son **magnitudes vectoriales** *aquellas que, como la posición, velocidad, la fuerza, etc., requieren para su completa especificación, no sólo su valor numérico (con su unidad), sino también, la dirección (orientación en el espacio) y el sentido (hacia delante o hacia atrás) en los que se manifiesta su acción.*

➢ Gráficamente se representan mediante **vectores**, que *son segmentos orientados* (con una punta de flecha en uno de sus extremos) que tienen las siguientes **características**:

  - **Origen o punto de aplicación**: es el punto donde comienza el vector, en este caso, el punto A.



  - **Extremo:** es el punto donde termina el vector (la punta de la flecha), en este caso, B.
  - **Módulo:** es la longitud del vector.
  - **Dirección:** es la dirección de la recta donde se encuentra y la de todas sus paralelas.
  - **Sentido:** es el indicado por la punta de la flecha.

➢ Algebraicamente se representan por medio de letras latinas o griegas con una pequeña flecha encima ($\vec{F}$, $\vec{v}$, $\vec{\omega}$). El módulo de un vector se representa con el mismo símbolo sin flecha (F, v, ω) o entre barras. ($|\vec{F}|$, $|\vec{v}|$, $|\vec{\omega}|$).

3.- Sistemas de referencias. Componentes cartesianas de un vector.

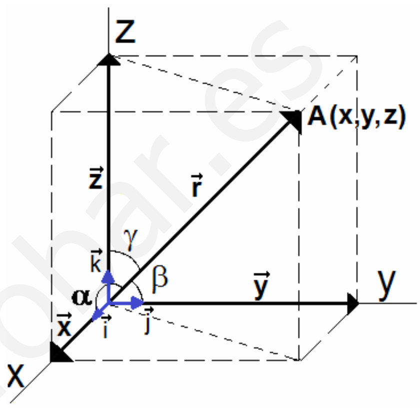
Un **sistema de referencia** o marco de referencia *es un conjunto de convenciones usadas por un observador para poder determinar la posición y otras magnitudes físicas de un objeto*.

Hay infinitos sistemas de referencias, pero, a efectos prácticos, casi siempre se utiliza un sistema de **referencia cartesiano** que consta de tres rectas perpendiculares llamadas **ejes de coordenadas**, que se cortan en un punto llamado, **O, origen**.

Con un sistema de referencia cartesiano se puede representar cualquier vector, $\vec{r}$.

- **Vectores componentes o componentes cartesianas** de un vector, *son las proyecciones de dicho vector sobre cada uno de los ejes de coordenadas*. Para el vector $\vec{r}$, estas componentes son $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Cumpliéndose que:

$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}.$$



Para facilitar los cálculos, se suele expresar $\vec{r}$ en función de los vectores unitarios $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, que tienen las direcciones de los ejes de coordenadas:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

Donde x, y, z son los módulos de las componentes cartesianas o **coordenadas cartesianas**.

4.- Repaso de cálculo vectorial.

- **Módulo de un vector,** $|\vec{r}|$: $|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- **Cosenos directores**: *son los cosenos de los ángulos que forma el vector* $\vec{r}$ *con cada uno de los ejes de coordenadas*. Se calculan:

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\vec{r}|} \qquad \cos\beta = \frac{y}{|\vec{r}|} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{|\vec{r}|}$$

  Los cosenos directores cumple la condición: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

- **Módulos de las componentes cartesianas** se calculan:

$$x = |\vec{r}| \cdot \cos\alpha \qquad y = |\vec{r}| \cdot \cos\beta \qquad z = |\vec{r}| \cdot \cos\gamma$$

4.1- Operaciones básicas con vectores.

Dados dos vectores de componentes: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ y $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$

- **Suma de dos vectores**: $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \cdot \vec{i} + (a_y + b_y) \cdot \vec{j} + (a_z + b_z) \cdot \vec{k}$

- **Diferencia de dos vectores**: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = (a_x - b_x) \cdot \vec{i} + (a_y - b_y) \cdot \vec{j} + (a_z - b_z) \cdot \vec{k}$

- **Producto de un escalar por un vector** $\vec{a}$: $n \cdot \vec{a} = (n \cdot a_x) \cdot \vec{i} + (n \cdot a_y) \cdot \vec{j} + (n \cdot a_z) \cdot \vec{k}$

- **Cociente de un vector entre un escalar, n≠ 0**: $\frac{\vec{a}}{n} = \frac{a_x}{n} \cdot \vec{i} + \frac{a_y}{n} \cdot \vec{j} + \frac{a_z}{n} \cdot \vec{k}$

- **Vector unitario en la dirección del vector** $\vec{a}$: *es un vector cuyo sentido y dirección es la del vector* $\vec{a}$ *y cuyo módulo es la unidad*. Se calcula:

$$\vec{u} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \cdot \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \cdot \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \cdot \vec{k}$$

- **Producto escalar de dos vectores**: se calcula:
  - A partir de los módulos: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$
  - A partir de las componentes cartesianas: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

- **Ángulo que forman dos vectores**: se calcula a partir del producto escalar de esos dos vectores, si se conocen sus coordenadas cartesianas ya que:

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

Por tanto: $\cos\alpha = \dfrac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$

- **Derivada de un vector con respecto a un escalar.**

La **derivada de un vector**: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$, *que varía en módulo o dirección, o en ambos a la vez, respecto a un escalar* ***t****, es otro vector que tiene por componentes la derivada de las componentes del vector* $\vec{a}$ *respecto de* ***t***:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt}\,\vec{i} + \frac{da_y}{dt}\,\vec{j} + \frac{da_z}{dt}\,\vec{k}$$

  - **Algunas derivadas elementales**:

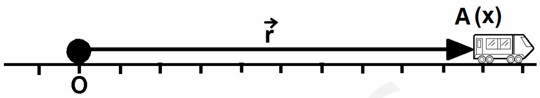
Función	**Función derivada**
f(x) = k	f '(x) = 0
f(x) = k · x	f '(x) = k · x'
f(x) = x^n	f '(x) = n · x^{n-1} · x'
f(x) = $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{n}}$	f '(x) = $\frac{1}{n} \cdot \frac{x'}{\sqrt{x}}$
f(x) = g(x) + h(x)	f '(x) = g'(x) + h'(x)

5.- Vector de posición.

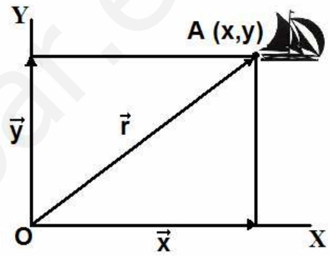
La **posición**, $\vec{r}$, de un móvil: *es una magnitud vectorial que tiene por origen, el origen de coordenadas, O, y por extremo el punto donde se encuentra el móvil. Su módulo es la distancia, en línea recta, del móvil al origen de un sistema de referencia que se toma como fijo.*

a) Si el móvil realiza un movimiento **en una dimensión** (ej: un tren en una vía) para determinar su posición solo hay que indicar *cuál es el origen de referencia, **O**, y dar una coordenada: la distancia del cuerpo a **O**.*

Si la coordenada es positiva el cuerpo está a la derecha del origen y si es negativa está a la izquierda.

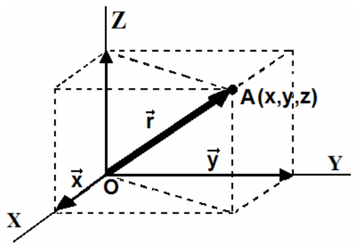


b) Si el móvil realiza un movimiento **en dos dimensiones** (ej: la superficie del mar) *se necesitan, para determinar su posición, dos coordenadas que indican la distancia a cada uno de los ejes de cartesianos.*



*Si la coordenada **x** es positiva indica que el punto está a la derecha del origen y si es negativa que está a la izquierda. Si la coordenada **y** es positiva significa que el móvil está por encima del origen y si es negativa que está por debajo.*

c) Si el móvil realiza un movimiento en **tres dimensiones** (ej.: un avión en vuelo) *se necesitan, además del sistema de referencia cartesiano, tres coordenadas, (x, y, z),* para determinar su posición en un instante dado.



6.- Caracter relativo del movimiento.

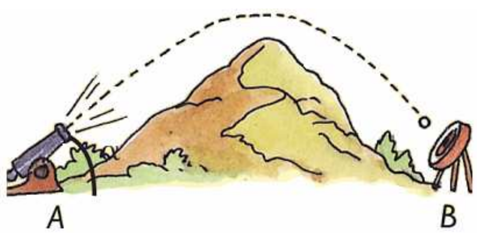
- Un **cuerpo está en reposo** *cuando su posición no cambia respecto a un sistema de referencia elegido como fijo.*

- Un **cuerpo está en movimiento** *cuando su posición cambia respecto a un sistema de referencia elegido como fijo.*

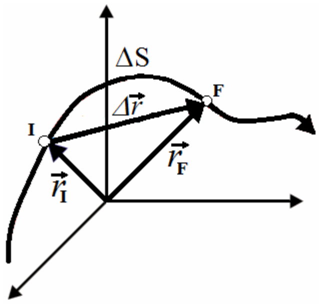
Se dice que **todo movimiento es relativo** *porque un mismo movimiento se puede describir de forma diferente según el sistema de referencia elegido. Incluso un mismo cuerpo puede estar a la vez en reposo o en movimiento según el sistema de referencia que se considere.*

Ejemplo: un alumno sentado dentro de un aula. Si el sistema de referencia es el suelo del aula estará en reposo, pero si el sistema de referencia es el Sol estará en movimiento ya que la Tierra se mueve alrededor del Sol.

Trayectoria: *línea imaginaria que describe un cuerpo al moverse respecto a un sistema de referencia.* También depende del sistema de referencia elegido.



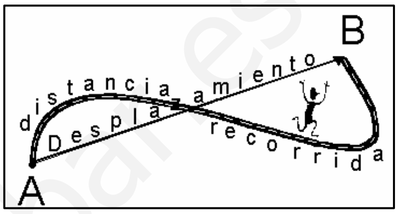
7.- Desplazamiento y distancia recorrida.



- **Desplazamiento**, $\Delta\vec{r}$, de un móvil: *es una magnitud vectorial que tiene por origen la posición inicial del móvil y por extremo su posición final. Su módulo es la distancia en línea recta entre ambas posiciones*. Se calcula:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_I$$

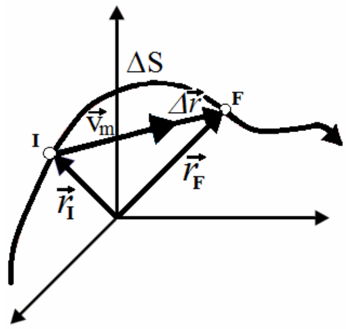
- **Distancia recorrida, ΔS**: *es una magnitud escalar que indica la longitud del tramo de trayectoria comprendido entre la posición inicial, I y la posición final, F. Se calcula sumando todos los desplazamientos que han tenido lugar, tomados con signo +*. **Siempre tiene valor positivo**.



Estas dos magnitudes pueden tener el mismo valor si el cuerpo se mueve en línea recta y no cambia de dirección ni de sentido; sin embargo, se trata de conceptos operativos diferentes.

8.- Velocidad media. Velocidad instantánea.

La **velocidad** *es una magnitud vectorial que nos indica el ritmo de cambio del vector de posición con el tiempo*. La unidad de velocidad en el Sistema Internacional es el **m/s**.

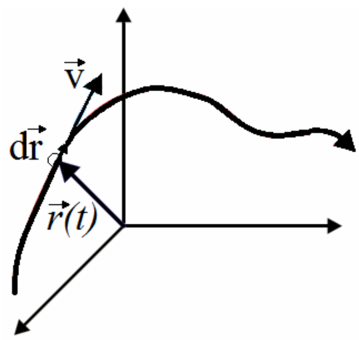


- **Velocidad media**, $\vec{v}_m$, *es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido son los del vector desplazamiento y cuyo módulo es el cociente entre el módulo del vector desplazamiento y el tiempo*. Se utiliza cuando hay que calcular la velocidad en un intervalo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_F - \vec{r}_i}{t_F - t_i}$$

- La **rapidez o celeridad**, C, *es una magnitud escalar que relaciona la distancia recorrida en un intervalo con el tiempo*. Siempre es positiva.

$$C = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



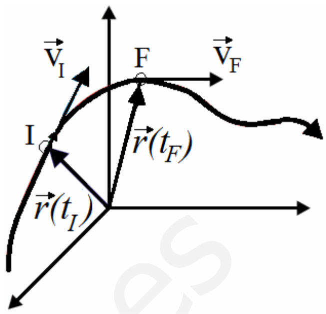
- **Velocidad instantánea,** $\vec{v}$: es *una magnitud vectorial cuya dirección es tangente a la trayectoria en el punto considerado, su sentido es el del desplazamiento y su módulo es el módulo de la derivada del vector de posición con respecto al tiempo. Se utiliza cuando hay que calcular la velocidad en un punto o instante determinado:*

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

9.- Aceleración media. Aceleración Instantánea.

La **aceleración** *es una magnitud vectorial que nos indica el ritmo de cambio del vector velocidad con el tiempo.* La unidad de aceleración en el Sistema Internacional, es el **m/s²**.

Tenemos un móvil que se desplaza de I a F a lo largo de una trayectoria cualquiera y emplea un tiempo Δt en hacerlo. En el punto I, el móvil lleva una velocidad, $\vec{v}_I$ y, en el punto F, lleva una velocidad, $\vec{v}_F$.



- **Aceleración media**, $\vec{a}_m$, *es una magnitud vectorial que tiene la misma dirección y sentido que los del vector* $\Delta\vec{v}$ y su módulo *es el cociente entre el módulo del vector* $\Delta\vec{v}$ *y el tiempo*. Se utiliza cuando hay que calcular la aceleración en un intervalo:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_F - \vec{v}_I}{t_F - t_I}$$

 Donde: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_F - \vec{v}_I$

- **Aceleración instantánea,** $\vec{a}$, es un *vector cuya dirección y sentido coinciden con los del vector* $d\vec{v}$ y su módulo *es el cociente entre el módulo de* $d\vec{v}$ *(infinitamente pequeño) y el tiempo transcurrido (infinitamente pequeño).* Se utiliza cuando hay que calcular la aceleración en una posición o instante dado:

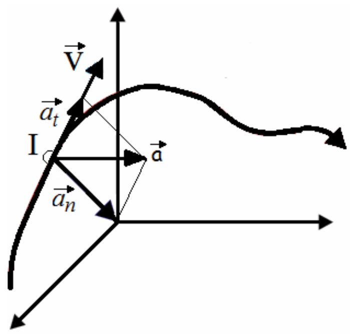
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

9.1.- Componentes intrínsecas del vector aceleración.

La aceleración nos indica si hay cambios en el vector velocidad. Estos cambios pueden ser debidos a que varíe **el módulo de la velocidad (rapidez) y/o su dirección**. Por eso, se distinguen dos tipos de aceleración: tangencial y normal.

- La **aceleración tangencial**, $\vec{a}_t$: *relaciona la variación del módulo del vector velocidad con el tiempo. Es un vector que tiene dirección tangente a la trayectoria, sentido el mismo que el del vector velocidad y su módulo es:*

$$a_t = \frac{\Delta|\vec{v}|}{dt}$$



- La **aceleración normal (o centrípeta),** $\vec{a}_n$: *relaciona los cambios de la dirección de la velocidad con el tiempo. Es un vector que tiene dirección perpendicular a la trayectoria, sentido hacia dentro y su módulo es:*

$$a_n = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$$

Si $\vec{\tau}$, es un vector unitario según la dirección tangente, y $\vec{n}$ un vector unitario según la dirección de la normal:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t\,\vec{\tau} + a_n\,\vec{n}$$

Observa que esto supone que cuando un coche toma una curva, aunque su rapidez sea constante, está cambiando su velocidad.