



## 1. Ejercicios de refuerzo: interpretación geométrica de sistemas de dos y de tres incógnitas

### Soluciones

Resuelve e interpreta geoméricamente los siguientes sistemas:

$$1 \quad \begin{cases} 3x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 3 & 5 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) \\ 3 \cdot (2.^a) + (1.^a)}} \left( \begin{array}{cc|c} 3 & 5 & -1 \\ 0 & 11 & 11 \end{array} \right) \longrightarrow \begin{cases} 3x + 5 = -1 \rightarrow x = -2 \\ \rightarrow y = 1 \end{cases}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son dos rectas que se cortan en el punto  $(-2, 1)$ .

$$2 \quad \begin{cases} 7x + 3y = -4 \\ 14x + 6y = -8 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 7 & 3 & -4 \\ 14 & 6 & -8 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a)}} \left( \begin{array}{cc|c} 7 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

El sistema es *compatible indeterminado*.

Es una recta (las dos rectas coinciden).

$$3 \quad \begin{cases} x - 5y = -4 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & -5 & -4 \\ 3 & 5 & 8 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) \\ (2.^a) - 3 \cdot (1.^a)}} \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -5 & -4 \\ 0 & 20 & 20 \end{array} \right) \longrightarrow \begin{cases} x - 5 = -4 \rightarrow x = 1 \\ \rightarrow y = 1 \end{cases}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son dos rectas que se cortan en el punto  $(1, 1)$ .

$$4 \quad \begin{cases} 7x + 3y = 8 \\ x + 5y = -8 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(1.^a) - 7 \cdot (3.^a) \\ (2.^a) - (3.^a) \\ (3.^a)}} \left( \begin{array}{cc|c} 0 & -4 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\text{las dos primeras} \\ \text{dicen lo mismo}}} \left( \begin{array}{cc|c} 0 & 4 & -8 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} 4y = -8 \\ x + y = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \rightarrow y = -2 \\ \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres rectas que se cortan en el punto  $(2, -2)$ .

$$5 \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 7 \\ 15x + 9y = 18 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 5 & 3 & 7 \\ 15 & 9 & 18 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 3 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cc|c} 5 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \end{array} \right)$$

El sistema es *incompatible*.

Son dos rectas paralelas.

$$6 \quad \left. \begin{array}{l} 18x + 4y = 10 \\ 9x + 2y = 5 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 18 & 4 & 10 \\ 9 & 2 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) - 2 \cdot (2.^a) \\ (2.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cc|c} 0 & 0 & 0 \\ 9 & 2 & 5 \end{array} \right)$$

El sistema es *compatible indeterminado*.

Es una recta (las dos rectas coinciden).

$$7 \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 13 \\ -2x + 5y = -15 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 13 \\ -2 & 5 & -15 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ 3 \cdot (2.^a) + 2 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 13 \\ 0 & 19 & -19 \end{array} \right) \begin{array}{l} \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5 \\ \rightarrow y = -1 \end{array}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son dos rectas que se cortan en el punto (5, -1).

$$8 \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 6y = 13 \\ -2x - 4y = -5 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{cc|c} 3 & 6 & 13 \\ -2 & -4 & -5 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ 3 \cdot (2.^a) + 2 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cc|c} 3 & 6 & 13 \\ 0 & 0 & 11 \end{array} \right)$$

El sistema es *incompatible*.

Son dos rectas paralelas.

$$9 \quad \begin{cases} 3x + 2y - z = 2 \\ 6x - y + z = 7 \\ -3x - 5y + 4z = 1 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 6 & -1 & 1 & 7 \\ -3 & -5 & 4 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) + (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ 5 \cdot (3.^a) - 3 \cdot (2.^a) \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 6 \end{array} \right) \begin{array}{l} \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1 \\ \rightarrow -5y = 0 \rightarrow y = 0 \\ \rightarrow z = 1 \end{array}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres planos que se cortan en el punto (1, 0, 1).

$$10 \quad \begin{cases} 2x - 5y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ -4x - y - 5z = -2 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & y & z \\ \hline \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -5 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ -4 & -1 & -5 & -2 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - (1.^a) \\ (3.^a) - 2 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -5 & 3 & 6 \\ 0 & 8 & -4 & -4 \\ 0 & -11 & 1 & 10 \end{array} \right) \xrightarrow{y \leftrightarrow z}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & z & y \\ \hline \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & 6 \\ 0 & -4 & 8 & -4 \\ 0 & 1 & -11 & 10 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ 4 \cdot (3.^a) + (2.^a) \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline x & z & y \\ \hline \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 3 & -5 & 6 \\ 0 & -4 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & -36 & 36 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow 2x - 3 + 6 = 6 \rightarrow x = 2 \\ \rightarrow -4z - 8 = -4 \rightarrow z = -1 \\ \rightarrow y = -1 \end{array} \right.$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres planos que se cortan en el punto (2, -1, -1).

$$11 \quad \begin{cases} x - y + 3z = 8 \\ 3x + y + 5z = 16 \\ -2x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 16 \\ -2 & 3 & -1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 3 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) + 2 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & 4 & -4 & -8 \\ 0 & 1 & 5 & 16 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 4 \cdot (3.^a) \\ (3.^a) \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & -24 & -72 \\ 0 & 1 & 5 & 16 \end{array} \right) \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1cm}} x = 8 + 1 - 9 \rightarrow x = 0 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} z = 3 \\ \rightarrow y = 1 \end{array}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres planos que se cortan en el punto (0, 1, 3).

$$12 \quad \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = 3 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) - 3 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & -4 & -9 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ 3 \cdot (3.^a) - (2.^a) \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & -8 & -24 \end{array} \right) \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1cm}} x = 3 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} 3y = 9 \rightarrow y = 3 \\ \rightarrow z = 3 \end{array}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres planos que se cortan en el punto (3, 3, 3).

$$13 \quad \begin{cases} x - 2y + 2z = -6 \\ 5x + 3y + z = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & -6 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 5 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & -6 \\ 0 & 13 & -9 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ 13 \cdot (3.^a) - (2.^a) \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & -6 \\ 0 & 13 & -9 & 30 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1cm}} x = -2 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} y = 3 \\ \rightarrow z = 1 \end{array}$$

El sistema es *compatible determinado*.

Son tres planos que se cortan en el punto (-2, 3, 1).

$$14 \quad \left. \begin{array}{l} -x + 3y = 6 \\ 2x + y - z = 1 \\ -3x + 2y + z = 5 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) + 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) - 3 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 7 & -1 & 13 \\ 0 & -7 & 1 & -13 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) + (2.^a) \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 7 & -1 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

El sistema es *compatible indeterminado*.

Son tres planos con una recta común.

$$15 \quad \left. \begin{array}{l} x - 3y + z = 1 \\ 2x - 7y + 3z = 2 \\ 3x - 10y + 4z = 5 \end{array} \right\}$$

**Resolución**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & -7 & 3 & 2 \\ 3 & -10 & 4 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) - 3 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) - (2.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

El sistema es *incompatible*.

Son tres planos sin ningún punto común. Cada dos de ellos se cortan en una recta. Por tanto, las tres rectas de corte son paralelas.