

SISTEMAS DE ECUACIONES

Método de Gauss

Resuelve por el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ + 1.^\circ \\ 3.^\circ + 1.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ + 2 \cdot 2.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 7x = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 + 10 = 9 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ + 1.^\circ \\ 3.^\circ + 1.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ 2x + 2z = 4 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ - 2.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ -x = -1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ z = \frac{5 - 3x}{2} = 1 \\ y = 3 - x - z = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ + 2 \cdot 1.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 3x + 3z = 36 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ : 3 \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x + z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ + 2.^\circ \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 2x = 18 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ z = x - 6 = 3 \\ y = 18 - x - z = 6 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ - 2 \cdot 1.^\circ \\ 3.^\circ - 1.^\circ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ + 6 \cdot 2.^\circ \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ 23z = 69 \end{cases} \left. \begin{matrix} z = \frac{69}{23} = 3 \\ y = 7 - 3z = 7 - 9 = -2 \\ x = 2 - y - z = 2 + 2 - 3 = 1 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{matrix}$$

Resuelve por el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ + 1.^\circ \\ 3.^\circ + 1.^\circ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ - 2.^\circ \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 2z = -5 \end{cases} \left. \begin{matrix} z = \frac{-5}{2} \\ x = \frac{13 - 2z}{3} = 6 \\ y = 9 - x + 2z = 9 - 6 - 5 = -2 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x = 6 \\ y = -2 \\ z = \frac{-5}{2} \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} \begin{matrix} 1.^\circ \\ 2.^\circ + 2 \cdot 1.^\circ \\ 3.^\circ + 1.^\circ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 7x = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases} \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{matrix}$$

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{cases} \quad f) \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 5 \cdot 3.^a \\ 3.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -3x + y = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{array} \right\} \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2y = -1 \\ x + y - z = 0 \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 + 1/2 = 3/2 \\ z = x + 1/2 = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 3/2 \\ y = 1/2 \\ z = 2 \end{array}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 6z = 8 \\ 6x + 18z = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a : 2 \\ 3.^a : 6 \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x + 3z = 4 \\ x + 3z = 4/6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Las ecuaciones } 2.^a \text{ y } 3.^a \text{ dicen cosas contradic-} \\ \text{torias.} \\ \text{El sistema es incompatible, no tiene soluci3n.} \end{array}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ -x - 5z = -5 \\ -x - 5z = -5 \end{array} \right\}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en funci3n de z :

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2 - 3z \\ -x = -5 + 5z \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow (5 - 5z) + y = 2 - 3z \rightarrow y = 2z - 3 \\ \rightarrow x = 5 - 5z \end{array}$$

Soluci3n: $x = 5 - 5z$, $y = 2z - 3$, $z = z$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 5 \cdot 1.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ -x = -2 \\ 5x - 2y = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{5x - 9}{2} = \frac{1}{2} \\ z = 2x - y - 2 = \frac{3}{2} \end{array}$$

Soluci3n: $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{3}{2}$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 3y + 2z = 8 \\ 3y + 2z = -2 \end{array} \right\}$$

Las ecuaciones $2.^a$ y $3.^a$ obtenidas dicen cosas contradictorias. Por tanto, el sistema es incompatible.

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ x + 3y = 1 \\ x + 3y = 1 \end{array} \right\}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en funci3n del par3metro y :

$$\left. \begin{array}{l} -2x + z = 1 - y \\ x = 1 - 3y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow -2(1 - 3y) + z = 1 - y \rightarrow z = 3 - 7y \\ \end{array}$$

Soluci3n: $x = 1 - 3y$, $z = 3 - 7y$