COMBINATORIA

1º. ¿Cuántos elementos tenemos? Tenemos "n" elementos.

2º. ¿De cuántos en cuántos los vamos a coger? De "r" en "r" elementos.

3º. ¿Importa el orden en que los cojamos? $\begin{cases} SI \rightarrow VARIACIÓN (V) \text{ o } PERMUTACIÓN (P) \\ NO \rightarrow COMBINACIÓN \end{cases}$

- Solo en caso de Variación o Permutación, ¿es $n = r$? $\begin{cases} SI \rightarrow PERMUTACIÓN (P) \\ NO \rightarrow VARIACIÓN (V) \end{cases}$

4º. ¿Se pueden repetir los elementos en nuestra toma? $\begin{cases} SI \rightarrow VR, PR \text{ o } CR \\ NO \rightarrow V, P \text{ o } C \end{cases}$

Cuadro resumen	Sin repetición	Con repetición
Importa el orden ($n \neq r$)	$V_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$VR_{n,r} = n^r$
Importa el orden ($n = r$)	$P_n = n!$	$PR_n^{x_1, x_2, \dots, x_n} = \frac{n!}{x_1! \cdot x_2! \cdot \dots \cdot x_n!}$
No importa el orden	$C_{n,r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$	$CR_{n,r} = \frac{(n+r-1)!}{r! \cdot (n-1)!}$

Ejemplos

Ejemplo 1: En una carrera de 10 corredores, ¿de cuántas formas diferentes de pueden repartir el oro, la plata y el bronce?

Tenemos 10 elementos ($n = 10$) y los vamos a coger de 3 en 3 ($r = 3$). Importa el orden en que lleguen a la meta y $n \neq r$ ($10 \neq 3$) por tanto VARIACIÓN. No se pueden repetir ya que un corredor no puede llegar 1º y 3º.

$$V_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

Ejemplo 2: ¿Cuántos números podemos formar con los resultados obtenidos al lanzar un dado dos veces?

Tenemos 6 elementos ($n = 6$) cogidos de 2 en 2 ($r = 2$). Importa el orden (no es igual 124 que 241) y $n \neq r$ ($6 \neq 2$) por tanto VARIACIÓN. Si se pueden repetir los elementos (442, 515, 222, etc).

$$VR_{6,2} = 6^2 = 36$$

Ejemplo 3: En una carrera de 5 corredores. ¿De cuántas formas diferentes pueden quedar?

Tenemos 5 elementos ($n = 5$) y vamos a agruparlos de 5 en 5 ($r = 5$). Importa el orden en que queden y $n = r$ ($5 = 5$) por tanto PERMUTACIÓN. No se pueden repetir ya que un mismo chico no puede quedar 2º y 4º.

$$P_5 = 5! = 120$$

Ejemplo 4: Tenemos 3 lápices rojos, 4 azules y 1 negro. ¿De cuántas formas podemos ordenarlos?

Tenemos 8 elementos ($n = 8$) que vamos a ordenar de 8 en 8 ($r = 8$). Importa el orden en que los coloquemos y $n = r$ ($8 = 8$) por tanto PERMUTACIÓN. Pueden repetirse pero de una forma limitada.

$$PR_8^{3,4,1} = \frac{8!}{3! \cdot 4! \cdot 1!} = 280$$

Ejemplo 5: ¿Cuántos boletos de lotería primitiva deberíamos rellenar para que nos tocara seguro?

Tenemos 49 elementos ($n = 49$) tomados de 6 en 6 ($r = 6$). No importa el orden mientras salgan nuestros seis números por tanto COMBINACIÓN. No pueden repetirse ya que el mismo número no puede salir dos veces.

$$C_{49,6} = \frac{49!}{6! \cdot (49-6)!} = 13.983.816$$

Ejemplo 6: En una partida de trivial van a jugar 6 jugadores, a cada uno se le asigna un número del 1 al 6 y se lanzan dos dados para ver que dos jugadores van en el primer equipo (si sale el mismo número ese jugador va solo). Se lanzan los dos dados por primera vez para formar el primer equipo ¿Cuántos resultados diferentes pueden obtener?

Tenemos 6 elementos ($n = 6$) tomados de 2 en 2 ($r = 2$). No importa el orden ya que un 1-4 es igual que un 4-1 por tanto COMBINACIÓN. Pueden repetirse ya que un jugador puede ir consigo mismo.

$$CR_{6,2} = \frac{(6+2-1)!}{2! \cdot (6-1)!} = 21$$