



- 3 Se tienen 9,50 € en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades el número de monedas de 50 céntimos, y por cada 3 monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos.

¿Cuántas monedas se tienen de cada valor?

Resolución

Llamamos:

$x$  ⌘ número de monedas de 5 céntimos

$y$  ⌘ número de monedas de 10 céntimos

$z$  ⌘ número de monedas de 50 céntimos

$$\begin{array}{l} \circ 5x + 10y + 50z = 950 \\ \S y = z + 9 \\ \text{€ } \frac{y}{3} = \frac{x}{4} \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \circ x + 2y + 10z = 190 \\ \S y - z = 9 \\ \text{€ } -3x + 4y = 0 \end{array}$$

Resolvemos aplicando el método de Gauss:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ -3 & 4 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^{\circ}) \\ (2.^{\circ}) \\ (3.^{\circ}) - 3 \cdot (1.^{\circ}) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 10 & 30 & 570 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^{\circ}) \\ (2.^{\circ}) \\ (3.^{\circ}) : 10 \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 57 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\begin{array}{l} (1.^{\circ}) \\ (2.^{\circ}) \\ (3.^{\circ}) - (2.^{\circ}) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & 48 \end{array} \right)$$

$$4z = 48 \quad \Leftrightarrow \quad z = 12$$

$$y - z = 9 \quad \Leftrightarrow \quad y - 12 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad y = 21$$

$$x + 2y + 10z = 190 \quad \Leftrightarrow \quad x + 42 + 120 = 190 \quad \Leftrightarrow \quad x = 28$$

Se tienen 28 monedas de 5 céntimos, 21 monedas de 10 céntimos y 12 monedas de 50 céntimos.

- 4 El propietario de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe total de 3 000 euros (sin impuestos), siendo el valor de los refrescos igual al valor conjunto de la cerveza y el vino. Tras añadir los impuestos, la factura asciende a 3 260 euros.

Halla el valor inicial de cada una de las bebidas, sabiendo que los impuestos sobre los refrescos, la cerveza y el vino eran el 6%, el 10% y el 14%, respectivamente.

Resolución

Llamamos:

$x$  ⌘ valor de los refrescos

$y$  ⌘ valor de la cerveza

$z$  ⌘ valor del vino

$$\begin{array}{l} \circ x + y + z = 3000 \\ \S x = y + z \\ \text{€ } 1,06x + 1,1y + 1,14z = 3260 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \circ x + y + z = 3000 \\ \S x - y - z = 0 \\ \text{€ } 1,06x + 1,1y + 1,14z = 3260 \end{array}$$

Resolvemos por el método de Gauss:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1,06 & 1,1 & 1,14 & 3260 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - (1.^a) \\ (3.^a) - 1,06 \cdot (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 0 & -2 & -2 & -3000 \\ 0 & 0,04 & 0,08 & 80 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) : 2 \\ 25 \cdot (3.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 0 & 1 & 1 & 1500 \\ 0 & 1 & 2 & 2000 \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) - (2.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 0 & 1 & 1 & 1500 \\ 0 & 0 & 1 & 500 \end{array} \right)$$

$z = 500$  euros

$y + z = 1500 \rightarrow y = 1000$  euros

$x + y + z = 3000 \rightarrow x = 1500$  euros

Los refrescos cuestan 1500 euros; la cerveza, 1000 euros, y el vino, 500 euros.

**5 Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:**

**A) El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.**

**B) El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más el 60% de las de terror representan la mitad del total de películas.**

**C) Hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo.**

### Resolución

Llamamos:

$x \rightarrow$  n.º de películas infantiles;  $y \rightarrow$  n.º de películas del oeste americano;  $z \rightarrow$  n.º de películas de terror

$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{30}{100}(x + y + z) \\ \frac{20}{100}x + \frac{60}{100}y + \frac{60}{100}z = \frac{1}{2}(x + y + z) \\ y = x + 100 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 3x + 3y + 3z \\ 2x + 6y + 6z = 5x + 5y + 5z \\ y = x + 100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ -3x + y + z = 0 \\ y = x + 100 \end{cases} \text{ Sustituimos la 3.ª ecuación en las dos primeras:}$$

$$\begin{cases} 3x + 2(x + 100) - 3z = 0 \\ -3z + x + 100 + z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3z = -200 \\ -2x + z = -100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3z = -200 \\ -6x + 3z = -300 \end{cases}$$

$-x = -500 \rightarrow x = 500$

$y = 600$

$-1000 + z = -100 \rightarrow z = 900$

Hay 500 películas infantiles, 600 del oeste americano y 900 de terror.

- 6** La edad, en años, de Juan es el doble que la suma de las edades de sus dos hijos: Pedro y Luis. A su vez, Pedro es 3 años mayor que Luis. Si, dentro de 10 años, la edad del padre sobrepasa en 11 años a la suma de las edades de los hijos:

- a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones.  
b) Determina la edad de cada uno de ellos.

**Resolución**

Llamamos:

$x \rightarrow$  edad de Juan;  $y \rightarrow$  edad de Pedro;  $z \rightarrow$  edad de Luis

- a) Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 2(y + z) \\ y = z + 3 \\ x + 10 = 11 + (y + 10) + (z + 10) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2z \\ -3x + y + z = 0 \\ x - y - z = 21 \end{cases}$$

- b) Resolvemos el sistema. Sustituimos la 2.<sup>a</sup> ecuación en la 1.<sup>a</sup> y en la 3.<sup>a</sup>:

$$\begin{cases} x = 2(z + 3) + 2z \\ x - (z + 3) - z = 21 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4z + 6 \\ x - 2z = 24 \end{cases}$$

$$4z + 6 - 2z = 24 \rightarrow 2z = 18 \rightarrow z = 9$$

$$x = 4z + 6 \rightarrow x = 42$$

$$y = z + 3 \rightarrow y = 12$$

Juan tiene 42 años; Pedro, 12 años, y Luis, 9 años.

- 7** Tres hermanos tienen edades diferentes, pero saben que la suma de las edades de los tres hermanos es de 37 años, y la suma de la edad del mayor más el doble de la edad del mediano más el triple de la edad del pequeño es de 69 años.

- a) Expresa las edades de los tres hermanos en función de la edad de hermano menor.  
b) ¿Es posible que el hermano pequeño tenga 5 años? ¿Y 12 años? Razona la respuesta.  
c) Calcula la edad de los tres hermanos.

**Resolución**

- a) Llamamos:

$x \rightarrow$  edad del mayor

$y \rightarrow$  edad del mediano

$z \rightarrow$  edad del pequeño

El enunciado del problema se traduce en el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 37 \\ x + 2y + 3z = 69 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 37 - z \\ x + 2y = 69 - 3z \end{cases}$$

aplicando el método de Gauss:

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 37 - z \\ 1 & 2 & 69 - 3z \end{array} \right) \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - (1.^a) \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 37 - z \\ 0 & 1 & 32 - 2z \end{array} \right)$$

Por tanto:

$$y = 32 - 2z$$

$$x + y = 37 - z \rightarrow x = 37 - z - 32 + 2z \rightarrow x = 5 + z$$

b) • Si  $z = 5 \rightarrow x = 10$  e  $y = 22$

No es posible que el mediano tenga 22 años si el mayor tiene 10.

• Si  $z = 12 \rightarrow x = 17$  e  $y = 8$

No es posible que el mediano tenga 8 años si el menor tiene 12.

c) El sistema es *compatible indeterminado*. Para que se cumpla el enunciado debe ser:

$$5 + z > 32 - 2z > z \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 + z > 32 - 2z \rightarrow z > 9 \\ 32 - 2z > z \rightarrow z < \frac{32}{3} \end{array} \right\} 9 < z < \frac{32}{3}$$

Como las soluciones deben ser números enteros, tiene que ser:

$$z = 10 \rightarrow x = 15 \text{ e } y = 12$$

El mayor tiene 15 años, 12 el mediano y 10 el pequeño.