EJERCICIOS DE OPTIMIZACIÓN

EJERCICIOS PARA TRABAJO INDIVIDUAL.

NOTA IMPORTANTE : *Estos ejercicios son únicamente para trabajo individual del alumno, intenta resolverlos sin mirar las respuestas hasta el final. El hecho de poner las respuestas es que lo puedas trabajar íntegramente tú solo. Estudia primeramente el método de resolución y comprueba que prácticamente todos tienen la misma estructura. Para resolver los ejercicios geométricos debes tener en cuenta que debes dominar de antemano el cálculo de áreas y volúmenes de las figuras más corrientes. Por supuesto el teorema de Pitágoras saldrá en casi todos los ejercicios de este tipo. Haz una hoja con las áreas y volúmenes más corrientes y estúdiala a lo largo del curso. Fíjate también en las unidades, distingue una longitud, de un área y de un volumen.*

MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN:

<u>PASO PRIMERO :</u> Calcula las variables que intervienen en el problema y represéntalas mediante símbolos. Es importante hacer el dibujo correspondiente.
<u>PASO SEGUNDO :</u> Expresa la función que nos piden para maximizar o minimizar en función de las variables anteriores.
<u>PASO TERCERO:</u> Expresa la función con una sola variable independiente. Para ello con los datos del problema relaciona las variables entre si y despeja una en función de la otra. En general debes despejar la incógnita que te resulte más fácil.
<u>PASO CUARTO :</u> Calcula a priori el dominio de la función.
<u>PASO QUINTO:</u> Calcula los máximos y mínimos de la función.(Determina si es máximo o mínimo aplicando el criterio de la derivada primera).
<u>PASO SEXTO:</u> Vuelve a leer el problema y termina de resolverlo en el supuesto de que quede algo pendiente.

Ejemplos: trata de resolver estos ejercicios , por supuesto, sin ver la función respuesta, salvo que no la consigas. La función de todas formas puede ser distinta a la que tú obtengas. Cuando termines de hacer estos ejercicios intenta los de los apuntes (al menos unos cuantos).

1º.- De todos los cilindros de 54 A dm^3 , calcula el radio y la altura del que tiene área total mínima.

$y=2\pi(\frac{54}{x}+x^2)$ $r=3\ dm\ \ a=6\ dm$

2º.- Calcula dos números cuya suma es 20 y el producto el máximo posible.

$y=20x-x^2$ 10 y 10

3º.- Se tiene una lámina de aluminio cuadrada de 1 m de lado. Cortando cuadraditos en las esquinas se quiere construir una caja de volumen máximo. Calcula el lado del cuadradito.

$y=x-4x\ {}^{+}4x^3$ 1/6

4º.- Se quiere vallar un campo rectangular que está junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta a 80 pts/m y las otras a 10 pts/m , calcular el

$y=x.(\frac{2880-9x}{2})$//// 160 720

área del mayor campo que puede cercarse con 28.800 pts.

5º.- Entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio 12 cm. Calcular las dimensiones del que tenga mayor área.

$$y=x.\sqrt{400-x^2}//// \quad \sqrt{200} \quad \sqrt{200}$$

6º.- En una carrera a través del desierto, un automóvil debe ir desde la ciudad A al oasis P situado a 500 km. de distancia de A. Puede aprovechar para ello una carretera que une A y B y le permite ir a 100 Km/h, mientras que por el desierto solo puede ir a 60 Km/h. Sabiendo que la distancia más corta de P a la carretera que une A y B es de 300 Km, determina la ruta para ir de A a P en el menor tiempo posible.

$$y=\frac{x}{100}+\frac{\sqrt{(400-x)^2+300^2}}{60}/ \quad 175 \quad 375$$

7º.- Se desea construir una lata de conservas en forma de cilindro circular recto de área 150 m^2 y volumen máximo. Calcular el radio y la generatriz del cilindro.

$$y=\pi x^2.\frac{150-2\pi x^2}{2\pi x}/ \quad 2.8 \quad 5.6$$

8º.- Se desea ir desde un punto A situado a la orilla de un río hasta un punto B situado en la orilla opuesta del río que tiene de ancho 40 m. Si nadamos a la velocidad de 1m/s y caminamos a 2m/s ¿ Como debe elegirse el camino ACB para llegar de A a B en el menor tiempo posible. La distancia entre C (punto en la perpendicular desde A a la orilla opuesta) y B es de 100 m.

$$f(X)=\frac{X}{2}+\sqrt{40^2+(100-X)^2} \quad /77/84.6S$$

9º.- Se tiene un alambre de 2 m. de longitud y se desea dividirlo en dos partes, para formar un cuadrado y con la segunda parte un círculo. Calcular la longitud de cada parte para que la suma de las áreas de la figura sea a) máxima, b) Mínima.

$$f(X)=\frac{X^2}{16}+\frac{(2-x)^2}{4\pi} \quad /1.12/0$$

10º.- Calcula la altura del cono máximo que puede inscribirse en una esfera de radio 2 m.

$$f(X)=\frac{\pi}{3}x^2.(4-x) \quad *8/3$$

11º.- Una compañía de Teléfonos Americana calcula que obtiene una ganancia líquida de 15 \$ por aparato colocado, si la central tiene 1000 abonados o menos . Si el número de abonados es superior a 1000, la ganancia disminuye (aumentará el personal para atenderles) un centavo por cada abonado que sobrepase ese número. ¿ Cuantos abonados darían la máxima ganancia líquida ?.

$$f(X)=15x-\frac{(x-1000)}{100}x \quad //1250$$

12º.- La empresa AUTOS S.A. tiene en exclusiva el modelo CouA-Turbo. Cada coche le cuesta a la empresa 1.200.000 pts y sabe que en un mes puede vender 30 coches a 1.600.000 pts cada uno. Un estudio de marketing le revela que por cada 20.000 pts de descuento sobre el precio anterior, puede aumentar la venta en 2 coches más al mes. ¿ Le conviene hacer estos descuentos para aumentar la venta mensual de coches.?. ¿ A qué precio deberá vender entonces cada automóvil para maximizar los beneficios

$$y=10000(30+2x)(40-2x)/1.560.000$$

mensuales ?.

13º.- Demostrar que una tienda de campaña de forma cónica, de capacidad fija dada de antemano, exigirá la menor cantidad de lona cuando la altura es raíz de 2 veces el radio de la base. ¿ Cuanta lona se necesitaría para una tienda de 3 m de alto ?.

$$\boxed{24.5m^2}$$

14º.- Calcula el punto de $2y = x^2$ más cercano al punto (4,1).

$$\boxed{y=\sqrt{(x-4)^2+(\frac{x^2}{2}-1)^2}\ //(2,2)}$$

15º.- Una pared de 3.2 m de altura está situada a una distancia de 1.35 m de una casa. Hallar la longitud de la escalera más corta, de manera que , apoyándose en el suelo y en la pared, llegue a la cima de la casa.

$$\boxed{y=\sqrt{((1.35+x)\frac{3.2}{x})^2+(1.35+x)^2}/6.2}$$

16º.- Una estatua de 3 m. de altura tiene su base a 1 m por encima de la horizontal correspondiente a la visual del observador. ¿ A qué distancia del pie de la estatua debe colocarse el observador para disponer de un ángulo de visión máximo.

$$\boxed{y=\frac{3x}{x^2+4}//2m.}$$

17º.-(Apuntes pág. 9-68). Las manecillas de un reloj miden 4 y 6 cm.. Uniendo los extremos se forma un triángulo. Determinar el instante entre las 12 y las 12 y media en el que el área es máxima.

$$\boxed{y=2.\sqrt{52-48.\ \cos x}.sen\ x///12:20}$$

18º.-(Apuntes pág. 10-77). A las nueve de la mañana el barco B está a 65 millas al Este del barco A; B navega hacia el Oeste a 10 millas por hora, y A hacia el Sur a 15 millas por hora .¿ Cuánto estarán más próximos uno del otro y cual es esa distancia?.

$$\boxed{y=15x^2+(65-10x)^2///2//15\sqrt{13}}$$