Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS

Enero 2016

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{8x^4-3x^2-4x-1}{4x^5-5x+1}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2+x-1}-\sqrt{2x^2-3x+5})$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-1}\right)^{5x}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-2x^3+1}}{-3x^3+9}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x-7}}{5x^2+2}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{8x^4-3x^2-4x-1}{4x^5-5x+1} = \dfrac{22}{15}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7} = \dfrac{\sqrt{51}}{17}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2+x-1}-\sqrt{2x^2-3x+5}) = \sqrt{2}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-1}\right)^{5x} = e^{-15}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-2x^3+1}}{-3x^3+9} = -1$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x-7}}{5x^2+2} = 0$

Problema 2 Calcular las rectas tangente y normal en los sigientes casos:

1. a la función $f(x) = \dfrac{x^2-x+2}{x-5}$ en el punto de abcisa $x = 2$.

2. a la función $f(x) = x^2e^{x-1}$ en el punto de abcisa $x = 1$.

3. En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = x^2 - x + 2$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = 7x - 11$.

Solución:

1. $f(2) = -\frac{4}{3}$, $f'(x) = \frac{x^2 - 10x + 3}{(x-5)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -\frac{13}{9}$:

$$\text{Recta tangente} : y + \frac{4}{3} = -\frac{13}{9}(x - 2)$$

$$\text{Recta normal} : y + \frac{4}{3} = \frac{9}{13}(x - 2)$$

2. $f(1) = 1$, $f'(x) = xe^{x-1}(x+2) \Longrightarrow m = f'(1) = 3$:

$$\text{Recta tangente} : y - 1 = 3(x - 1)$$

$$\text{Recta normal} : y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$$

3. $m = f'(a) = 7$:

$$f'(x) = 2x - 1 \Longrightarrow m = f'(a) = 2a - 1 = 7 \Longrightarrow a = 4$$

$$a = 4 \Longrightarrow b = f(4) = 14 \Longrightarrow y - 14 = 7(x - 4)$$

Problema 3 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (5x^2 - 2x - 9)^{15}$
2. $y = \ln\left(\frac{x^2 + 5}{2x^3 - 1}\right)$
3. $y = \frac{e^{2x^2 - 1}}{x^2 + 3}$
4. $y = e^{x^2 - 5}\ln(x + 2)$
5. $y = (\ln(x^2 + 5))^{17}$
6. $y = x^2 e^x$

Solución:

1. $y = (5x^2 - 2x - 9)^{15} \Longrightarrow y' = 15(5x^2 - 2x - 9)^{14}(10x - 2)$
2. $y = \ln\left(\frac{x^2 + 5}{2x^3 - 1}\right) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{x^2 + 5} - \frac{6x^2}{2x^3 - 1}$

3. $y = \dfrac{e^{2x^2-1}}{x^2+3} \Longrightarrow y' = \dfrac{4xe^{2x^2-1}(x^2+3) - e^{2x^2-1}2x}{(x^2+3)^2}$

4. $y = e^{x^2-5}\ln(x+2) \Longrightarrow y' = 2xe^{x^2-5}\ln(x+2) + e^{x^2-5}\frac{1}{x+2}$

5. $y = (\ln(x^2+5))^{17} \Longrightarrow y' = 17(\ln(x^2+5))^{16}\frac{2x}{x^2+5}$

6. $y = x^2e^x \Longrightarrow y' = 2xe^x + x^2e^x$