Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS

Diciembre 2015

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \dfrac{7x^4 - 5x^2 - 4x + 2}{4x^5 - 5x + 1}$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 9} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x + 11}}{x - 9}$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 1} - \sqrt{2x^2 + 7x + 5})$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 - x + 2}{x^2 - 6} \right)^{3x}$

5. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x^6 - 5x^3 + 2}}{-3x^3 + 2}$

6. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x - 5}}{3x^2 + 2}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \dfrac{7x^4 - 5x^2 - 4x + 2}{4x^5 - 5x + 1} = \dfrac{14}{15}$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 9} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x + 11}}{x - 9} = \dfrac{5\sqrt{83}}{83}$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 1} - \sqrt{2x^2 + 7x + 5}) = -\dfrac{7\sqrt{2}}{4}$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 - x + 2}{x^2 - 6} \right)^{3x} = e^{-3}$

5. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x^6 - 5x^3 + 2}}{-3x^3 + 2} = -\dfrac{2}{3}$

6. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{\sqrt{4x - 5}}{3x^2 + 2} = 0$

Problema 2 Calcular las rectas tangente y normal en los sigientes casos:

1. a la función $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{x + 5}$ en el punto de abcisa $x = 3$.

2. a la función $f(x) = 3x^2 e^{x-1}$ en el punto de abcisa $x = 1$.

3. En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = x^2 - x + 2$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = 3x - 11$.

Solución:

1. $f(3) = \frac{11}{8}$, $f'(x) = \frac{x^2 + 10x + 6}{(x+5)^2} \Longrightarrow m = f'(3) = \frac{45}{64}$:

$$\text{Recta tangente}: y - \frac{11}{8} = \frac{45}{64}(x - 3)$$

$$\text{Recta normal}: y - \frac{11}{8} = -\frac{64}{45}(x - 3)$$

2. $f(1) = 3$, $f'(x) = 3xe^{x-1}(x+2) \Longrightarrow m = f'(1) = 9$:

$$\text{Recta tangente}: y - 3 = 9(x - 1)$$

$$\text{Recta normal}: y - 3 = -\frac{1}{9}(x - 1)$$

3. $m = f'(a) = -3$:

$$f'(x) = 2x - 1 \Longrightarrow m = f'(a) = 2a - 1 = 3 \Longrightarrow a = 2$$

$$a = 2 \Longrightarrow b = f(2) = 4 \Longrightarrow y - 4 = 3(x - 2)$$

Problema 3 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (3x^2 + 2x - 9)^{15}$
2. $y = \ln\left(\frac{x^2+1}{x^3-1}\right)$
3. $y = \frac{e^{2x^2+3}}{x^2-1}$
4. $y = e^{x^2-3}\ln(x+5)$
5. $y = (\ln(x^2 - 1))^{17}$
6. $y = xe^x$

Solución:

1. $y = (3x^2 + 2x - 9)^{15} \Longrightarrow y' = 15(3x^2 + 2x - 9)^{15}(6x + 2)$
2. $y = \ln\left(\frac{x^2+1}{x^3-1}\right) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{3x^2}{x^3-1}$

3. $y = \dfrac{e^{2x^2+3}}{x^2-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{4xe^{2x^2+3}(x^2-1) - e^{2x^2+3}2x}{(x^2-1)^2}$

4. $y = e^{x^2-3}\ln(x+5) \Longrightarrow y' = 2xe^{x^2-3}\ln(x+5) + e^{x^2-3}\frac{1}{x+5}$

5. $y = (\ln(x^2-1))^{17} \Longrightarrow y' = 17(\ln(x^2-1))^{16}\frac{2x}{x^2-1}$

6. $y = xe^x \Longrightarrow y' = e^x + xe^x$