Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2005

Problema 1 Dada la función continua

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 & \text{si} \quad x \le 0 \\ e^x + x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

estudiar si es derivable en $x = 0$.

Solución:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si} \quad x \le 0 \\ e^x + 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} f'(0^-) = 2 \\ f'(0^+) = 2 \end{cases}$$

Como $f'(0^-) = f'(0^+) = 2 \Longrightarrow$ la función es derivable en $x = 0$.

Problema 2 Dada la función continua

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2ax + 1 & \text{si} \quad x \le 0 \\ x^3 + ax^2 - x + 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

calcular a para que la función sea derivable en $x = 0$.

Solución:

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + 2a & \text{si} \quad x \le 0 \\ 3x^2 + 2ax - 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} f'(0^-) = 2a \\ f'(0^+) = -1 \end{cases}$$

Como $f'(0^-) = f'(0^+) \Longrightarrow 2a = -1 \Longrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$ para que la función sea derivable en $x = 0$.

Problema 3 Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 2}$ encontrar la recta tangente a ella en el punto de abcisa $x = 1$.

Solución:

$$f(1) = 0$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x + 2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = \frac{2}{3}$$

La recta tangente será:

$$y - 0 = \frac{2}{3}(x - 1) \Longrightarrow 2x - 3y - 1 = 0$$

Problema 4 Calcular las derivadas de las siguientes funciones

1. $y = (3x^2 - 1)(5x + 6)$
2. $y = \dfrac{e^x}{2x - 1}$
3. $y = \ln\left(\dfrac{2x - 1}{x + 5}\right)$
4. $y = 4^{x^2+x-1}$
5. $y = (x^2 + 2)^{10}$
6. $y = e^{7x+8}$
7. $y = \log_7(x^5 + x - 1)$
8. $y = \sqrt[3]{(x^2 + 7)^2}$

Solución:

1. $y = (3x^2 - 1)(5x + 6) \Longrightarrow y' = 45x^2 + 36x - 5$
2. $y = \dfrac{e^x}{2x - 1} \Longrightarrow y' = \dfrac{e^x(2x - 3)}{(2x - 1)^2}$
3. $y = \ln\left(\dfrac{2x - 1}{x + 5}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{6 - x}{(2x - 1)(x + 5)}$
4. $y = 4^{x^2+x-1} \Longrightarrow y' = (2x + 1)4^{x^2+x-1}\ln 4$
5. $y = (x^2 + 2)^{10} \Longrightarrow y' = 20x(x^2 + 2)^9$
6. $y = e^{7x+8} \Longrightarrow y' = 7e^{7x+8}$
7. $y = \log_7(x^5 + x - 1) \Longrightarrow y' = \dfrac{5x^4 + 1}{(x^5 + x - 1)\ln 7}$
8. $y = \sqrt[3]{(x^2 + 7)^2} \Longrightarrow y' = \dfrac{4x\sqrt[3]{x^2 + 7}}{3x^2 + 21}$