

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)**  
**Febrero 2007**

---

---

**Problema 1** Calcular el área finita de la región del plano comprendida entre las parábolas:  $y = -x^2 + 4x + 1$  e  $y = x^2 - 6x + 9$ .

**Solución:**

Encontramos los puntos de corte entre las dos parábolas

$$-x^2 + 4x + 1 = x^2 - 6x + 9 \implies x^2 - 5x + 4 = 0 \implies x = 1, \quad x = 4$$

$$\begin{aligned} \int_1^4 [(-x^2 + 4x + 1) - (x^2 - 6x + 9)] dx &= \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = \\ &= \left[ -\frac{2x^3}{3} + 5x^2 - 8x \right]_1^4 = 9 \\ \text{Área} &= |9| = 9 \end{aligned}$$

**Problema 2** Representar gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

analizando:

- a) Dominio, simetrías y puntos de corte.
- b) Intervalos de existencia de la función.
- c) Asíntotas.
- d) Monotonía, máximos y mínimos.
- e) Curvatura y puntos de inflexión.

**Solución:**

- a)  $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ , simetrías no tiene, y el único punto de corte es el  $(0, 0)$ .

b)

$$\frac{x^2}{x+1} > 0 \implies \begin{array}{|c|c|c|} \hline & (-\infty, -1) & (-1, \infty) \\ \hline C(x) & - & + \\ \hline \end{array}$$

c) Asíntotas:

- Verticales:  $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2}{x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2}{x+1} = -\infty$$

- Horizontales: No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+1} = \infty$$

- Oblicuas:  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x+1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-x}{x+1} \right) = -1$$

La asíntota oblicua es  $y = x - 1$

d)

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \implies x = -2 \text{ y } x = 0$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, \infty)$
$C'(x)$	+	-	+
$C(x)$	Creciente	Decreciente	Creciente

Luego tenemos un Máximo en el punto  $(-2, -4)$  y un Mínimo en el punto  $(0, 0)$ .

e)

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)^3} = 0 \implies \text{sin solución}$$

Luego no hay puntos de Inflexión.

	$(-\infty, -1)$	$(-1, \infty)$
$C''(x)$	-	+
$C(x)$	Convexa	Cóncava

