

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Marzo 2013

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$, determina

- a) Dominio
- b) Puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Signo de la función.
- d) Simetrías.
- e) Asíntotas.
- f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- g) Máximos y mínimos relativos.
- h) Curvatura.
- i) Puntos de Inflexión.
- j) Tangente a la curva en el punto $x = 1$
- k) Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

- a) $Dom(f) = R - \{0\}$.
- b) Los puntos de corte serán los siguientes:

Si $x = 0 \implies$ no hay y si $f(x) = 0 \implies x^2 + 4 = 0$ no tiene solución. Luego no hay puntos de corte

c)

$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
-	+

- d) La función es IMPAR
- e) Asíntotas:

- Verticales: La única posible es $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 4}{x} = \left[\frac{4}{0^-} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 4}{x} = \left[\frac{4}{0^+} \right] = +\infty$$

- Horizontales: No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x} = \infty$$

- Oblicuas: $y = mx + n$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x} - x \right) = 0$$

$y = x$

f) Monotonía:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \implies x = -2, x = 2 \implies$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	Crece	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-2, 0) \cup (0, 2)$ y Crece en el intervalo: $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

g) Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Máximo en el punto $(-2, -4)$ y un Mínimo en el punto $(2, 4)$.

h) Curvatura:

$$f''(x) = \frac{8}{x^3} \neq 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	Convexa	Cóncava

i) No hay puntos de Inflexión.

j) $a = 1 \implies b = f(1) = 5$

$$m = f'(1) = -3 \implies y - 5 = -3(x - 1)$$

k) Representación gráfica:

