

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2006

Problema 1 la concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad, viene dada por la función $C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$, donde x es el tiempo transcurrido desde el 1 de Enero de 1990 contado en años.

1. ¿Hasta que año está creciendo la concentración de ozono?.
2. ¿Cuál es la concentración máxima de ozono que se alcanza en esta ciudad?

(Castilla León 2004)

Solución:

- 1.

$$C'(x) = 15 - 1,2x = 0 \implies x = 12,5 \text{ años}$$

La concentración de ozono ceece durante 12,5 años, es decir, hasta el 30 de Junio del 2002.

2. $C(12,5) = 183,75$ microgramos/m³.

Problema 2 Sea la función $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$, determinar:

1. Dominio de definición.
2. Asíntotas si existen.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y mínimos.

(Islas Baleares 2004)

Solución:

1. $x^2 - 3x + 2 = 0 \implies x = 1, x = 2 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1, 2\}$
2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \left[\frac{1}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \left[\frac{1}{0^-} \right] = -\infty$$

$$x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \left[\frac{1}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \left[\frac{1}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay

3.

$$y' = \frac{-2x + 3}{(x^2 - 3x + 2)^2} = 0 \implies x = \frac{3}{2}$$

	$(-\infty, 3/2)$	$(3/2, +\infty)$
y'	+	-
y	crece	decrece

4. La función tiene un máximos en el punto $(3/2, -4)$

Problema 3 Se desea enmarcar una ventana rectangular de 2 m^2 de superficie. Si cada metro de marco vertical cuesta 50 euros, y cada metro de marco horizontal cuesta 64 euros, ¿qué dimensiones habría que dar a la ventana para que el coste total fuera mínimo?

(País Vasco 2004)

Solución:

$$x \cdot y = 2 \implies y = \frac{2}{x}$$

$$C = 64x + 50y = 64x + \frac{100}{x} \implies C' = 64 - \frac{100}{x^2} = \frac{64x^2 - 100}{x^2} = 0 \implies x = \pm \frac{5}{4}$$

	$(-\infty, -5/4)$	$(-5/4, 5/4)$	$(5/4, +\infty)$
C'	+	-	+
C	crece	decrece	crece

Luego en $x = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ m}$ es mínimo y , por tanto, $y = 1,6 \text{ m}$.