Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2+4}{x}$, determina

1. Dominio
2. Puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Signo de la función.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Máximos y mínimos relativos.
8. Curvatura.
9. Puntos de Inflexión.
10. Tangente a la curva en el punto $x = 1$
11. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

1. $Dom(f) = R - \{0\}$.
2. Los puntos de corte serán los siguientes:

   Si $x = 0 \Longrightarrow$ no hay y si $f(x) = 0 \Longrightarrow x^2 + 4 = 0$ no tiene solución. Luego no hay puntos de corte

3.

$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$-$	$+$

4. La función es IMPAR
5. Asíntotas:
   - Verticales: La única posible es $x = 0$

$$\lim_{x \longrightarrow 0^-} \frac{x^2+4}{x} = \left[\frac{4}{0^-}\right] = -\infty \qquad \lim_{x \longrightarrow 0^+} \frac{x^2+4}{x} = \left[\frac{4}{0^+}\right] = +\infty$$

- Horizontales: No hay

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^2+4}{x} = \infty$$

- Oblicuas: $y = mx + n$

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^2+4}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{x^2+4}{x} - x\right) = 0$$

$$y = x$$

6. Monotonía:

$$f'(x) = \frac{x^2-4}{x^2} = 0 \Longrightarrow x = -2, \;\; x = 2 \Longrightarrow$$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,2)$	$(2,\infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	Crece	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-2,0)\cup(0,2)$ y Crece en el intervalo: $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

7. Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Máximo en el punto $(-2,-4)$ y un Mínimo en el punto $(2,4)$.

8. Curvatura:

$$f''(x) = \frac{8}{x^3} \neq 0$$

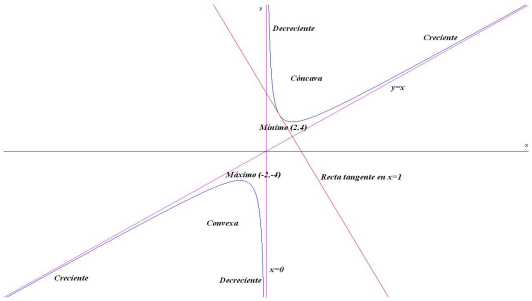
	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
$f''(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	Convexa	Cóncava

9. No hay puntos de Inflexión.

10. $a = 1 \Longrightarrow b = f(1) = 5$

$$m = f'(1) = -3 \Longrightarrow y - 5 = -3(x-1)$$

11. Representación gráfica:


y
Decreciente
Creciente
Cóncava
y=x
Mínimo (2,4)
x
Máximo (-2,-4)
Recta tangente en x=1
Convexa
x=0
Creciente
Decreciente