

## Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Marzo 2009

---

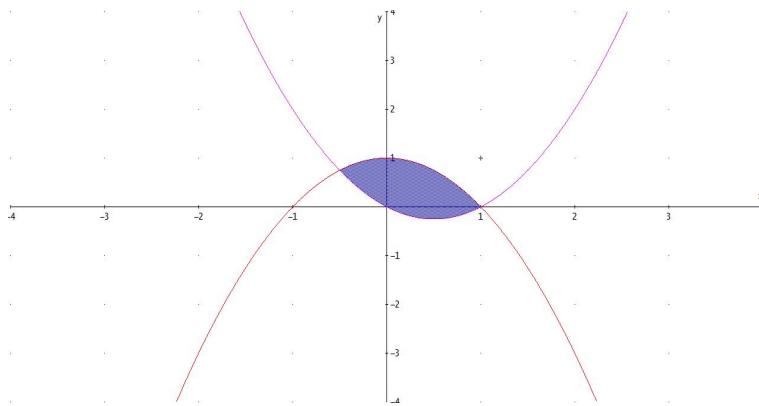


---

**Problema 1 (3 puntos)** Cálculese el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las funciones reales de variable real

$$f(x) = x^2 - x, \quad g(x) = 1 - x^2$$

**Solución:**



Buscamos los puntos de corte entre ambas gráficas

$$x^2 - x = 1 - x^2 \implies 2x^2 - x - 1 = 0 \implies x = -\frac{1}{2}, \quad x = 1$$

$$S = \left| \int_{-1/2}^1 (2x^2 - x - 1) dx \right| = \left| \left[ \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x \right]_{-1/2}^1 \right| = \frac{9}{8} u^2$$

**Problema 2 (7 puntos)** Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x}, \quad x \neq 0$$

1. Determínense las asíntotas de  $f$ .
2. Calcúlense sus máximos y mínimos relativos y determínense sus intervalos de crecimiento.
3. Estúdiese su curvatura.

4. Calcúlese las rectas tangente y normal a esta función en el punto de abcisa  $x = 1$
5. Calcúlese la integral definida  $\int_1^2 f(x) dx$ .

**Solución:**

1. Asíntotas:

- Verticales:  $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + x + 2}{x} = \left[ \frac{2}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x + 2}{x} = \left[ \frac{2}{0^+} \right] = +\infty$$

- Horizontales: No Hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2}{x} = \infty$$

- Oblicuas:  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 2}{x^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2}{x^2} = 0$$

$$y = x + 1$$

2.

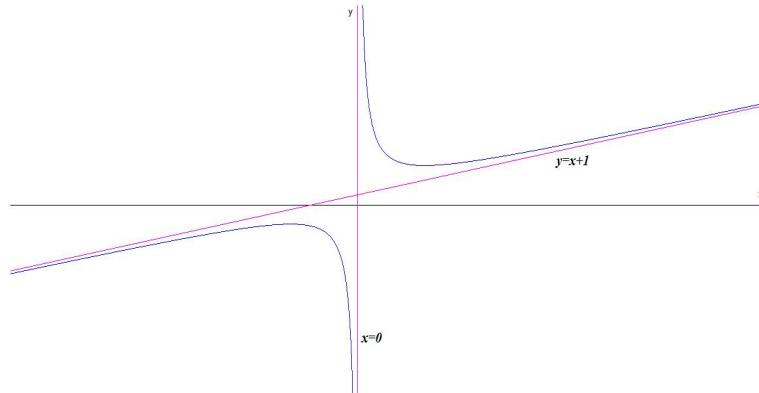
$$f'(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2} = 0 \implies x = -\sqrt{2}, \quad x = \sqrt{2}$$

	$(-\infty, -\sqrt{2})$	$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$	$(\sqrt{2}, \infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘	creciente ↗

La función crece en el intervalo:  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

La función decrece en el intervalo:  $(-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$

Presenta un máximo en el punto  $(-\sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{2})$  y un mínimo en  $(\sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2})$



3.

$$f''(x) = \frac{4}{x^3} \neq 0 \text{ siempre}$$

Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa $\cup$	concava $\cup$

4.

$$m = f'(1) = -1, \quad f(1) = 4$$

Recta Tangente:  $y - 4 = -(x - 1) \implies x + y - 5 = 0$

Recta Tangente:  $y - 4 = x - 1 \implies x - y + 3 = 0$

5.

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{x^2 + x + 2}{x} dx = 2 \ln(x) + \frac{x^2}{2} + x \Big|_1^2 = \frac{5}{2} + 2 \ln 2$$