

EJERCICIO 1 DE SELECTIVIDAD Sep'08 A

a) (1.5 puntos) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) (1.5 puntos) Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a)

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+9x+2y \\ 3x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3+9x+2y=5 \\ 3x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x+2y=2 \\ 3x-y=4 \quad (\cdot 2) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x+2y=2 \\ 6x-2y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 15x & = & 10 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3\left(\frac{2}{3}\right) - y = 4 \Rightarrow -2 = y \Rightarrow \vec{s} = \left(\frac{2}{3}, -2\right)$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} \xrightarrow{A \quad I} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & | & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_1 \end{matrix} \xrightarrow{} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 2F_2 \end{matrix} \xrightarrow{} \begin{matrix} A \\ I \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_1 + F_3 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} \xrightarrow{} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_{13} \\ F_2 \\ F_3(-1) \end{matrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

I A^{-1}