…………………………………………………………………………………………

1º.- Transformar la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ en una matriz diagonal equivalente

Solución:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_2-2F_1\to F_2 \\ F_3-F_1\to F_1}]{F_1\to F_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[3F_3+F_2\to F_3]{\substack{3F_1+2F_2\to F_1 \\ F_2\to F_2}} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3\to F_3]{\substack{5F_1-F_3\to F_1 \\ F_2\to F_3\to F_2}} \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2º.- Estudiar el rango de la siguiente matriz en función del parámetro m

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 7 & -11 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & m \end{pmatrix}$$

Solución:

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 7 & -11 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & m \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-2F_2\to F_2]{\substack{F_1\to F_1 \\ 3F_2-F_1\to F_2}} \begin{pmatrix} 3 & -6 & 7 & -11 \\ 0 & 12 & -4 & 20 \\ 0 & -3 & 1 & m-6 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F_2/4} \begin{pmatrix} 3 & -6 & 7 & -11 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 1 & m-6 \end{pmatrix}$$

Luego si $m-6=-5$, es decir para $m=1$ el rango de la matriz es 2, y en cualquier otro caso el rango es 3

3º.- a) Calcular la matriz X que cumple la ecuación $AX^2+BX-I=0$, sabiendo que $AX+B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -6 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y siendo I la matriz unidad

Solución:

a)

$$AX^2+BX-I=0 \Rightarrow AX^2+BX=I \Rightarrow \left(AX+B\right)X=I$$

Luego $AX+B$ y X son inversas

....

$$X=\left(AX+B\right)^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-6&-1&4\\2&0&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&3\\2&1&2\\2&2&5\end{pmatrix}$$

b) Si $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&1&2\\3&-1&3\end{pmatrix}$, calcular la matriz B

b)

$$AX+B=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-6&-1&4\\2&0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

Como

$$\Rightarrow B=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-6&-1&4\\2&0&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&1&3\\1&1&2\\3&-1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&3\\2&1&2\\2&2&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9&-8&-24\\-13&-7&-11\\-5&-8&-23\end{pmatrix}$$