Ejercicios: Derivadas

1. Dada la función *f(x) = x^2+1,* calcula los números derivada *f'(0), f'(-2), f'(3)* y las ecuaciones de las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva en los puntos de abscisa 0, -2 y 3 respectivamente.

2. Calcula los números derivada en el punto de abscisa *x = 3* para cada una de las siguientes funciones: *f(x)=x^3, g(x)=x^2-x, h(x)=1/x.*

3. Si la demanda de cortes de pelo viene expresada por la función $c(p) = 100 - p^2$, donde *p* indica el precio en cientos de pesetas, calcula:

(a) La tasa de variación media de la demanda cuando el precio pase de 700 pesetas a 900 pesetas.

(b) La variación instantánea para el precio de 700 pesetas. ¿Qué significa dicho número?

(c) Representa gráficamente la función demanda e indica su dominio en el contexto del problema.

4. Un fabricante puede producir magnetófonos a un coste de 20 dólares cada uno. Se estima que si los magnetófonos se venden a *x* dólares cada uno, los consumidores comprarán *120 -x* de ellos al mes. Halla el precio al que el beneficio será mayor.

5. Esboza la gráfica de una función *f(x)* cuya derivada tiene todas las propiedades siguientes:

(a) *f'(x)>0* cuando *x<1* y cuando *x>5.*

(b) *f'(x)<0* cuando *1<x<5.*

(c) *f'(1)=0 y f'(5)=0.*

6. Halla las derivadas de las siguientes funciones:

1. $y = x^2 + 2x + 3$

2. $y = 3x^5 - 4x^3 + 9x - 6$

3. $y = \frac{1}{4}x^8 - \frac{1}{2}x^6 - x + 2$

4. $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

5. $y = \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} + 5$

6. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

7. $y = 2\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} - \sqrt{2}$

8. $y = -16x + \frac{2}{x} - x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3x} + \frac{x}{3}$

9. $y = -\frac{2}{x^2} + x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{x^2}{4} + \sqrt{5}$

10. $y = (2x+1).(3x-2)$

11. $y = (x-5).(1-2x)$

12. $y = 10.(3x+1).(1-5x)$

13. $y = -3.(5x^3 - 2x + 5)$

14. $y = \frac{x+1}{x-2}$

15. $y = \frac{2x-3}{5x+4}$

16. $y = \frac{x}{x^2-2}$

17. $y = \frac{1}{x-2}$

18. $y = \frac{x^2+1}{1-x^2}$

19. $y = \frac{x^2+2x+1}{3}$

20. $y = e^{4x}$

21. $y = e^{x^2}$

22. $y = \ln(3x+1)$

23. $y = \ln(x^2+4)$

24. $y = 3^{5-4x}$

25. $y = \log_2(1-x)$

7. Calcula los números *a* y *b* tales que el punto más bajo de la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx$ sea (3,-8).

8. Halla los números *a, b* y *c* tales que la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ pase por los puntos (0,0) y (5,0) y tenga una recta tangente de pendiente *1* en el punto de abscisa *x=2.*

9. Halla todos los puntos de la función $y = 4x^2$ con la propiedad de que la tangente a la gráfica en dichos puntos pase por el punto (2,0).

10. Se estima que dentro de *x* meses la población de una cierta comunidad será $P(x) = x^2 + 20x + 8000$. ¿A qué ritmo cambiará la población dentro de 15 meses? ¿Cuánto cambiará realmente la población durante el decimosexto mes?

11. Se estima que dentro de *t* años, la tirada de un periódico local será $C(t) = 100t^2 + 400t + 5000$.

(a) Obtén una expresión para el ritmo al que estará cambiando la tirada dentro de *t* años.

(b) ¿A qué ritmo estará cambiando la tirada dentro de 5 años? ¿Estará creciendo o decreciendo?

(c) ¿En cuánto cambiará realmente la tirada durante el sexto año?

12. Se estima que dentro de *t* años, la población de una cierta comunidad suburbana será de $P(t) = 20 - \frac{6}{t+1}$ miles.

(a) Obtén una fórmula para el ritmo al que estará cambiando la población con respecto al tiempo.

(b) ¿A qué ritmo estará creciendo la población de la comunidad dentro de un año?

(c) ¿Cuánto crecerá realmente la población durante el segundo año?

(d) ¿A qué ritmo estará creciendo la población dentro de 9 años?

(e) ¿Qué sucederá a la larga con el ritmo de crecimiento de la población?

13. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

1. $y=(2x^4-x)^3$ **2.** $y=\frac{1}{(2x+5)^4}$ **3.** $y=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

4. $y=\frac{-3}{(x^3-1)^2}$ **5.** $y=\frac{3x-2}{2x-3}$ **6.** $y=\frac{x^3+3x+2}{x^2-1}$

7. $y=x^4.(1-\frac{2}{x+1})$ **8.** $y=\frac{x+1}{\sqrt{x}}$ **9.** $y=\sqrt[3]{x}.(\sqrt{x}+3)$

10. $y=(x^2-1)^2$ **11.** $y=(x^2-x).(x^2+1)$

12. $y=(3x^3+4x).(x-5).(x+1)$ **13.** $y=(3x-2x^2)^3$

14. $y=\sqrt{x^2-1}$ **15.** $y=\sqrt{x-1}$ **16.** $y=(2x-7)^3$

17. $y=2.(x^2-1)^3$ **18.** $y=(3x^2+1)^3$ **19.** $y=3.(9x-4)^4$

20. $y=\sqrt{3-2x}$ **21.** $y=\sqrt[3]{3x^3+4x}$ **22.** $y=\frac{-4}{(x+2)^2}$

14. Halla la tasa de variación media de las función dada en el intervalo que se indica. Compárala con la tasa instantánea en el extremo superior del intervalo. Determina la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa igual al extremo superior del intervalo.

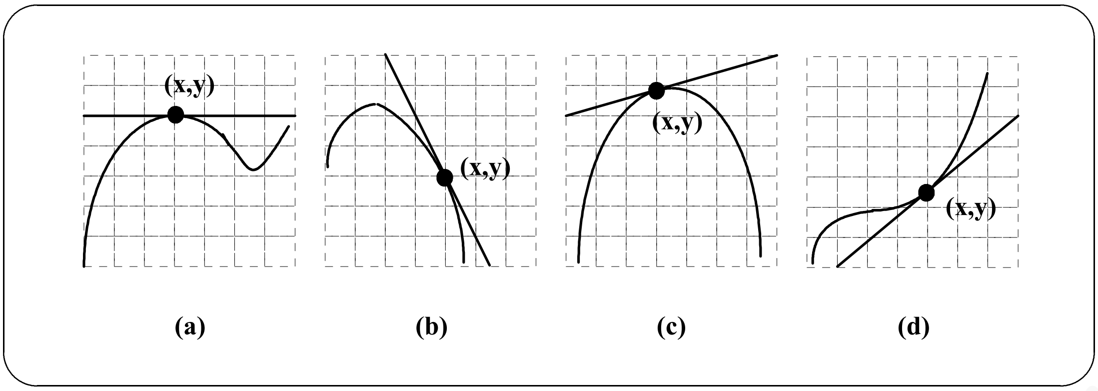
$(a)\quad f(x)=2x+7\quad en\quad \left[0,\frac{1}{3}\right]$ $(b)\quad f(x)=\frac{1}{x+1}\quad en\quad [0,3]$

$(c)\quad f(x)=x^2-6x-1\quad en\quad [-1,3]$ $(d)\quad f(x)=\frac{-1}{x}\quad en\quad [1,2]$

$(e)\quad f(t)=\frac{100.t}{2.t+15}\quad en\quad [5,10]$ $(f)\quad f(t)=t^2-3\quad en\quad [2,2'1]$

15. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* = x^3 y que sea paralela a la recta 3x -y + 1 = 0.

16. Estima la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto (*x*,*y*):



17. Aplicando la definición de derivada, determina la ecuación de la tangente a f(x) en el punto que se indica:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad en \quad P(2,5); \quad f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad en \quad P(-3,4)$$

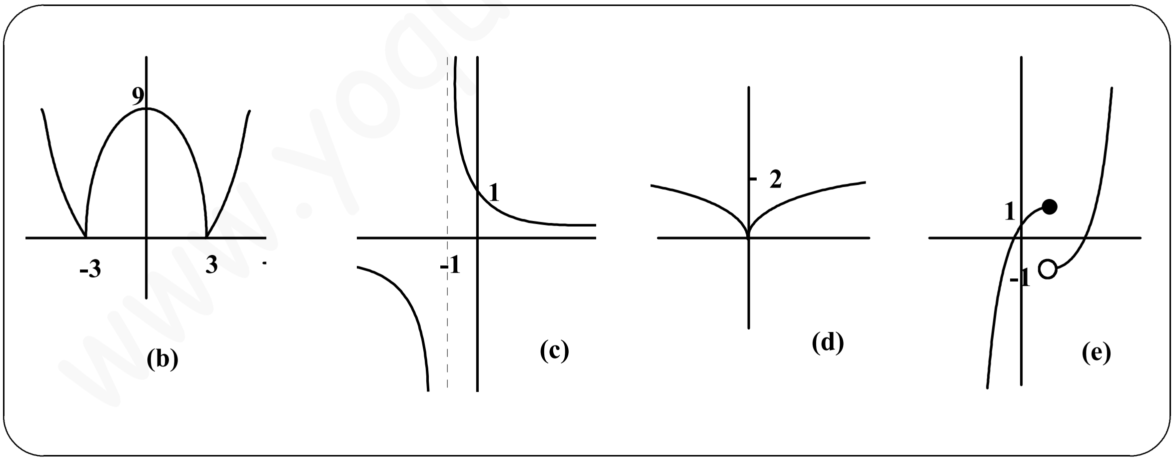
$$f(x) = x^3 \quad en \quad P(2,8); \quad f(x) = x^3 \quad en \quad P(-2,-8)$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad en \quad P(3,2); \quad f(x) = \tfrac{1}{x+1} \quad en \quad P(0,1)$$

18. Halla los puntos en que la función no sea derivable:

$$(a) \quad f(x) = |x+3| \quad (b) \quad f(x) = |x^2 - 9| \quad (c) \quad f(x) = \tfrac{1}{x+1}$$

$$(d) \quad f(x) = x^{\frac{2}{5}} \quad (e) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & si \quad x > 1 \\ x^3 - 3x^2 + 3x, & si \quad x \le 1 \end{cases}$$



19. Una empresa sabe que si cobra *p* dólares por unidad, sus ingresos anuales serán:

$$I(p) = 12.000p - 1.000p^2, \quad 0 \le p \le 12$$

Halla la variación instantánea de cambio de I(p) respecto a *p*, cuando:

(a) p = 1 *(b) p* = 4 *(c) p* = 6 *(d) p* = 10

20. Si la eficacia de un analgésico t horas después de llegar a la sangre es:

$$E(t) = \frac{1}{27}(9t + 3t^2 - t^3), \quad 0 \le t \le 4'5$$

Halla la variación instantánea de cambio de E respecto a t cuando:

(a) $t = 1$ *(b)* $t = 2$ *(c)* $t = 3$ *(d)* $t = 4$

21. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

1. $y = x^6$ **2.** $y = x^{-6}$ **3.** $y = x^{\frac{2}{3}}$

4. $y = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$ **5.** $y = \sqrt{\sqrt{x}}$ **6.** $y = \sqrt{\sqrt[3]{x}}$

7. $y = \frac{\sqrt{x}}{x}$ **8.** $y = \frac{x}{\sqrt{x}}$ **9.** $y = 6x^5 - 4x^3$

10. $y = -\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{3}x^{\frac{-5}{3}}$ **11.** $y = \frac{4}{x} - \frac{x}{4}$ **12.** $y = (x^2+1)^3$

13. $y = \sqrt{x^3 - 2x}$ **14.** $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}}$ **15.** $y = \sqrt[4]{3x+1}$

16. $y = \ln(x^2 - x + 1)$ **17.** $y = \ln(x^2+1)^3$ **18.** $y = \ln\frac{4x-1}{4x+1}$

19. $y = \log(5x-2)^4$ **20.** $y = \ln\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$ **21.** $y = e^{4x}$

22. $y = e^{3-x^2}$ **23.** $y = 5^{x^2+x+1}$ **24.** $y = 2^{x^2+1}$

25. $y = 3^x \cdot 5^x$ **26.** $y = e^{\ln(4x+5)}$ **27.** $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

28. $y = \sqrt{\frac{3x+2}{3x-2}}$ **29.** $y = \ln\sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$ **30.** $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

31. $y = \frac{5x-2}{(x+1)^2}$ **32.** $y = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2+1}}$ **33.** $y = \frac{2}{e^x+5}$

34. $y = \ln(4x-2)$ **35.** $y = \log\sqrt{x^2-7}$ **36.** $y = e^{\sqrt{x+5}}$

37. $y = 2 \cdot 3^{4x} + 5 \cdot 2^{5x}$ **38.** $y = \sqrt{\sqrt{x-1}}$ **39.** $y = (4x-1)^6$

40. $y = (x^2-3)^5 \cdot (x^3+3)$ **41.** $y = e^{4x^2} + e$

42. $y = \frac{e^x+1}{e^x-1}$ **43.** $y = x^2 \cdot e^{5x}$ **44.** $y = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$

45. $y = (x+1) \cdot \sqrt[3]{3-x}$ **46.** $y = e^{2x} \cdot (2x+1)$

Ejercicios: Derivadas

47. $y = \frac{3x+1}{(3x-1)^3}$

48. $y = \sqrt{2^x + 7}$

49. $y = \frac{1}{\ln(3x-2)}$

50. $y = [\ln(x^2+3)]^2$

51. $y = (\sqrt[3]{2x-3})^2$

52. $y = \frac{7x^2-3x+5}{6}$

53. $y = \frac{7}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{7} + \sqrt{7}$

54. $y = \frac{2}{(4x^2-3)^5}$

55. $y = \ln \sqrt{\frac{x^2}{x^2+5}}$

56. $y = 4^{2x^2-6x+7}$

57. $y = (\frac{3}{4x-5})^4$

58. $y = \log_5(3x+6)$

Soluciones

1. $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x^2+h^2+2xh+1-x^2-1}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(h+2x)}{h} = 2x$

$f'(0) = 0 = m_{tg},\ P(0,1)$, recta tangente: y = 1

$f'(-2) = -4 = m_{tg},\ P(-2,5)$, recta tangente: y - 5 = -4(x+2)

$f'(3) = 6 = m_{tg},\ P(3,10)$, recta tangente: y - 10 = 6(x - 3)

2. $f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3^3+3\cdot 3^2\cdot h+3\cdot 3\cdot h^2+h^3-3^3}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(27+9h+h^2)}{h} = 27$

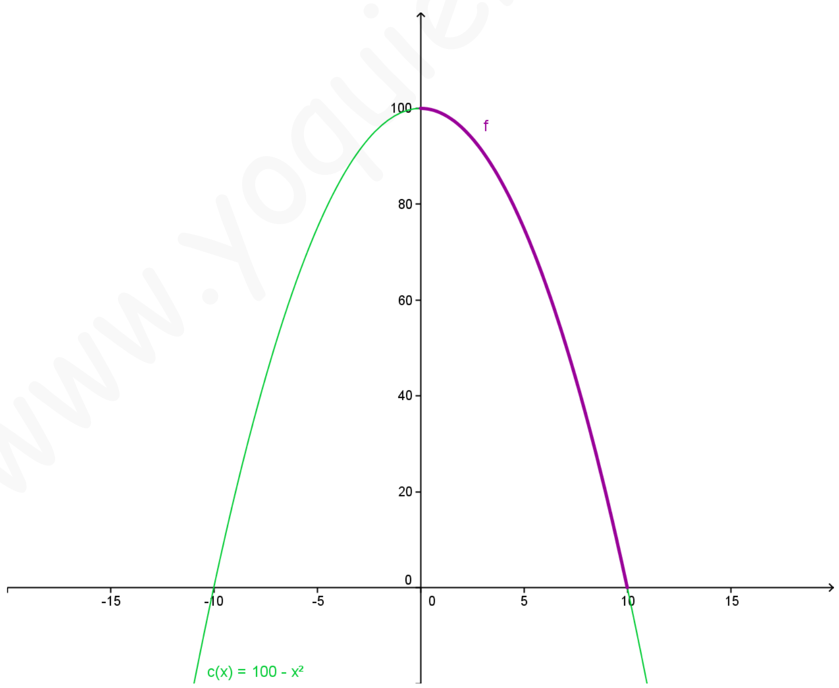
$g'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{g(3+h)-g(3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3^2+2\cdot 3\cdot h+h^2-3-h-6}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(5+h)}{h} = 5$

$h'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{h(3+h)-h(3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3+h}-\frac{1}{3}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{-h}{3(3+h)}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-1}{3(3+h)} = \frac{-1}{9}$

3. ***(a)*** $TVM[7,9] = \frac{c(9)-c(7)}{9-7} = \frac{19-51}{2} = -16$

(b) $c'(p) = -2p \Rightarrow c'(7) = -14$ Se estima que al aumentar el precio del corte en una centena (de 700 a 800) el número de cortes de pelo disminuirá en 14 unidades.

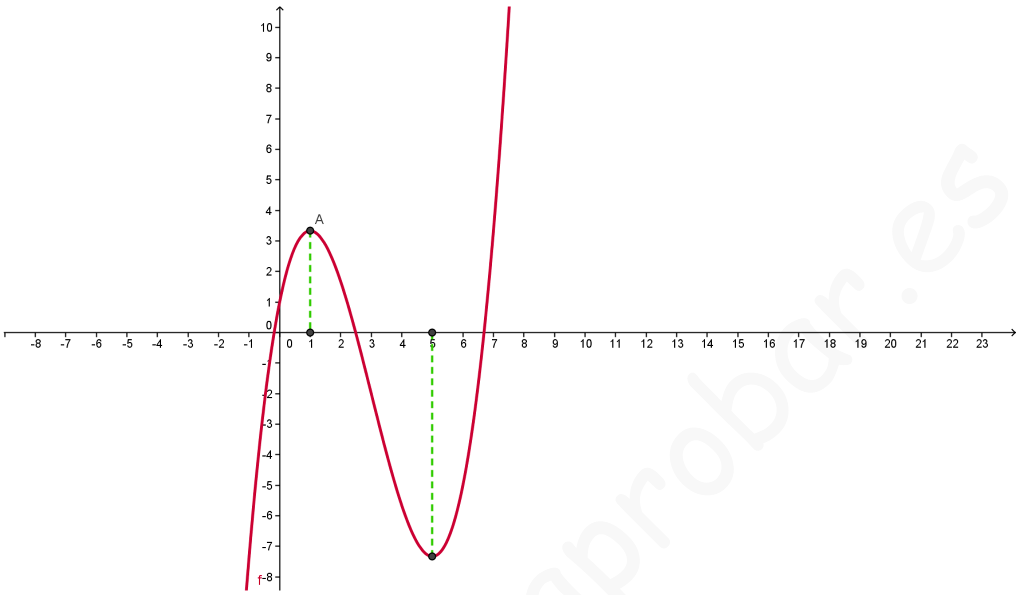
(c)



El dominio en el contexto del problema es el intervalo [0,10]

4. Beneficio= $B(x) = (120 - x) \cdot (x - 20) = -x^2 + 140x - 2400$. Tenemos que determinar el vértice de la parábola con la que se representa el beneficio, pues en dicho punto la función presenta un máximo. $x_v = \frac{-140}{-2} = 70 \ dólares$

5.



6.

1. $y' = 2x + 2$

2. $y' = 15x^4 - 12x^2 + 9$

3. $y' = 2x^7 - 3x^5 - 1$

4. $y' = \frac{-1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$

5. $y' = \frac{-3}{x^{-2}} + \frac{4}{x^{-3}}$

6. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

7. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$

8. $y' = -16 - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{3}$

9. $y' = \frac{4}{x^3} + \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{4x^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{2}$

10. $y' = 12x - 1$

11. $y' = -4x + 11$

12. $y' = -300x - 20$

13. $y' = -45x^2 + 6$

14. $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$

15. $y' = \frac{23}{(5x+4)^2}$

16. $y' = \frac{-x^2-2}{(x^2-2)^2}$

17. $y' = \frac{-1}{(x-2)^2}$

18. $y' = \frac{4x}{(1-x^2)^2}$

19. $y' = \frac{2x+2}{3}$

20. $y' = 4e^{4x}$

21. $y' = 2xe^{x^2}$

22. $y' = \frac{3}{3x+1}$ **23.** $y' = \frac{2x}{x^2+4}$

24. $y' = -4 \cdot 3^{5-4x} \cdot \ln 3$ **25.** $y' = \frac{-1}{(1-x)\cdot \ln 2}$

7. $P(3,-8) \in gráfica \ \Rightarrow \ f(3) = -8 \ \Rightarrow 9a + 3b = -8$

$f'(3) = 0, \ f'(x) = 2ax + b \ \Rightarrow 6a + b = 0$

Resolviendo el sistema obtenemos:

8. $\begin{cases} (0,0) \in gráfica \Rightarrow f(0) = 0 \ \Rightarrow c = 0 \\ (5,0) \in gráfica \Rightarrow f(5) = 0 \Rightarrow 25a + 5b + c = 0 \\ f'(2) = 1, \ f'(x) = 2ax + b \Rightarrow 4a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -1, \ b = 5, \ c = 0$

9. $P(a,b) \in gráfica \Rightarrow f(a) = b \Rightarrow b = 4a^2$

$f'(x) = 8x, \ f'(a) = m_{tg} = 8a, \ recta\ tg: \ y - b = 8a(x - a)$

$(2,0) \in recta\ tg \Rightarrow -b = 8a(2 - a)$

Resolviendo el sistema: $\begin{cases} b = 4a^2 \\ -b = 16a - 8a^2 \end{cases} \Rightarrow \{a_1 = 0, b_1 = 0; \ a_2 = 4, b_2 = 64$

Los puntos son: P(0,0) y Q(4,64).

10. . P'(15) =50, se estima que el décimo sexto mes la población se incrementa en 50 unidades.

$TVM\ de\ f\,[15,16] = \frac{P(16)-P(15)}{16-15} = 51$. El aumento real de la población ha sido de 51 unidades.

11. ***(a)*** $C'(t) = 200t + 400$

(b) $C'(5) = 1400$ Se estima que en el sexto año la tirada se incrementará en 1400 unidades.

(c) $TVM\ de\ C[5,6] = \frac{C(6)-C(5)}{6-5} = 1500$ El cambio real durante el sexto año ha sido de un incremento de 1500 unidades.

12. ***(a)*** $P'(t) = \frac{6}{(t+1)^2}$

(b) $P'(1) = 1'5\ miles$

(c) $TVM\ de\ P[1,2] = \frac{P(2)-P(1)}{2-1} = 1\ miles$

(d) $P'(9) = 0'06\ miles$

(e) $\lim\limits_{t\to\infty}(20-\frac{6}{t+1})=20$. La población se aproxima a 20 miles, sin sobrepasar dicha cantidad.

13. **1.** $y'=3\cdot(2x^4-x)^2\cdot(8x^3-1)$ **2.** $y'=\frac{-8}{(2x+5)^5}$

3. $y'=-\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}$ **4.** $y'=\frac{-18x^2}{(x^3-1)^3}$

5. $y'=\frac{-5}{(2x-3)^2}$ **6.** $y'=\frac{x^4-6x^2-4x-3}{(x^2-1)^2}$

7. $y'=4x^3.(1-\frac{2}{x+1})+\frac{2x^4}{(x-1)^2}$ **8.** $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

9. $y'=\frac{\sqrt{x}+3}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{\sqrt[3]{x}}{2\sqrt{x}}$ **10.** $y'=4x\cdot(x^2-1)$

11. $y'=4x^3-3x^2+2x-1$

12. $y'=(9x^2+4).(x-5).(x+1)+(3x^3+4x)\cdot(x+1)+(3x^3+4x)\cdot(x-5)$

13. $y'=(3x-2x^2)^2\cdot(9-12x)$ **14.** $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

15. $y'=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ **16.** $y'=6\cdot(2x-7)^2$

17. $y'=12x.(x^2-1)^2$ **18.** $y'=18x\cdot(3x^2+1)^2$

19. $y'=108.(9x-4)^3$ **20.** $y'=\frac{-1}{\sqrt{3-2x}}$

21. $y'=\frac{9x^2+4}{3\sqrt[3]{(3x^3+4x)^2}}$ **22.** $y'=\frac{8}{(x+2)^3}$

14. Halla la tasa de variación media de las función dada en el intervalo que se indica. Compárala con la tasa instantánea en el extremo **inferior** del intervalo. Determina la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa igual al extremo superior del intervalo.

(a) $TVM=2,\ f'(0)=2,\ y=2x+7$
(b) $TVM=\frac{-1}{4},\ f'(0)=-1,\ y=-x+1$
(c) $TVM=-4,\ f'(1)=-8,\ y=-8x-2$
(d) $TVM=\frac{1}{2},\ f'(1)=1,\ y=x-2$
(e) $TVM=1'71,\ f'(5)=2'4,\ y=2'4x+8$
(f) $TVM=4'1,\ f'(2)=4,\ y=4x-7$

15. $y=3x+1\Rightarrow m=3=f'(x)=3x^2\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1$

Hay dos rectas tangentes: $\begin{cases} P(1,1),\ m=3\Rightarrow y-1=3(x-1)\\ P(-1,-1),\ m=3\Rightarrow y+1=3(x+1)\end{cases}$

16. (a) m = 0 (b) m=-2 (c) m = 2/7 (d) m = 5/6

17. $f(x) = x^2 + 1 \quad en \quad P(2,5):\ y = 4x - 3$

$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad en \quad P(-3,4):\ y = -4x - 8$

$f(x) = x^3 \quad en \quad P(2,8): y = 12x - 16$

$f(x) = x^3 \quad en \quad P(-2,-8): y = 12x + 16$

$f(x) = \sqrt{x+1} \quad en \quad P(3,2): y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \quad f(x) = \frac{1}{x+1} \quad en \quad P(0,1)$

$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad en \quad P(0,1):\ y = 1 - x$

18. (a) f no es derivable en x = -3 (b) f no es derivable en x = 3 y en x = -3.

(c) f no es derivable en x = -1 (d) f no es derivable en x = 0.

(e) f no es derivable en x = 1.

19. $I(p) = 12.000p - 1.000p^2$

$I'(p) = 12000 - 2000p$

(a) $I'(1) = 10000$ *(b)* $I'(4) = 4000$ *(c)* $I'(6) = 0$ *(d)* $I'(10) = -8000$

20. $E(t) = \frac{1}{27}(9t + 3t^2 - t^3) \Rightarrow E'(t) = \frac{1}{27}(9 + 6t - 3t^2)$

(a) $E'(1) = \frac{4}{9}$ *(b)* $E'(2) = \frac{1}{3}$ *(c)* $E'(3) = 0$ *(d)* $E'(4) = \frac{-5}{9}$

21.

1. $y' = 6x^5$ **2.** $y' = -6x^{-7}$ **3.** $y' = \frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}}$

4. $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$ **5.** $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$ **6.** $y' = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$

7. $y' = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$ **8.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ **9.** $y' = 30x^4 - 12x^2$

10. $y' = -\frac{1}{3}x^{\frac{-1}{2}} - \frac{35}{9}x^{\frac{-8}{3}}$ **11.** $y' = \frac{-4}{x^2} - \frac{1}{4}$ **12.** $y' = 6x(x^2+1)^2$

13. $y' = \frac{3x^2-2}{2\sqrt{x^3-2x}}$ **14.** $y' = \frac{-2x}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+1)^4}}$ **15.** $y' = \frac{3}{4\sqrt[4]{(3x+1)^3}}$

16. $y' = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$ **17.** $y' = \frac{6x}{x^2+1}$ **18.** $y' = \frac{8}{16x^2-1}$

Ejercicios: Derivadas

19. $y' = \frac{20}{(5x-2)\cdot \ln 10}$

20. $y' = \frac{2x}{x^4-1}$

21. $y' = 4 \cdot e^{4x}$

22. $y' = -2x \cdot e^{3-x^2}$

23. $y' = (2x+1)5^{x^2+x+1} \cdot \ln 5$

24. $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1} \cdot \ln 2$

25. $y' = 15^x \cdot \ln 15$

26. $y' = 4$

27. $y' = \frac{-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}\cdot(x-1)^2}$

28. $y' = \frac{-6\sqrt{3x-2}}{\sqrt{3x+2}\cdot(3x-2)^2}$

29. $y' = \frac{e^x}{1-e^{2x}}$

30. $y' = \frac{1}{(1-x^2)\cdot\sqrt{1-x^2}}$

31. $y' = \frac{-5x+9}{(x+1)^3}$

32. $y' = \frac{-8x}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+1)^4}}$

33. $y' = \frac{-2e^x}{(e^x+5)^2}$

34. $y' = \frac{4}{4x-2}$

35. $y' = \frac{x}{(x^2-7)\cdot \ln 10}$

36. $y' = \frac{e^{\sqrt{x+5}}}{2\sqrt{x+5}}$

37. $y' = 8 \cdot 3^{4x} \cdot \ln 3 + 25 \cdot 2^{5x} \cdot \ln 2$

38. $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x-1)^3}}$

39. $y' = 24(4x-1)^5$

40. $y' = 10x(x^2-3)^4 \cdot (x^3+3) + 3x^2 \cdot (x^2-3)^5$

41. $y' = 8x \cdot e^{4x^2}$

42. $y' = \frac{-2e^x}{(e^x-1)^2}$

43. $y' = 2x \cdot e^{5x} + 5x^2 \cdot e^{5x}$

44. $y' = \frac{x}{\sqrt{(2-x^2)^3}}$

45. $y' = \frac{8-4x}{3\cdot\sqrt[3]{(3-x)^2}}$

46. $y' = 2e^{2x} \cdot (2x+2)$

47. $y' = \frac{-18x-12}{(3x-1)^4}$

48. $y' = \frac{2^x \cdot \ln 2}{2\sqrt{2^x+7}}$

49. $y' = \frac{-3}{(3x-2)\cdot[\ln(3x-2)]^2}$

50. $y' = \frac{4x\cdot \ln(x^2+3)}{x^2+3}$

51. $y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{2x-3}}$

52. $y' = \frac{7}{3}x - \frac{1}{2}$

53. $y' = \frac{-7}{2\sqrt{x^3}} + \frac{1}{14\sqrt{x}}$

54. $y' = \frac{-80x}{(4x^2-3)^6}$

55. $y' = \frac{5}{x(x^2+5)}$

56. $y' = 4^{2x^2-6x+7} \cdot (4x-6) \cdot \ln 4$

57. $y' = \frac{-16\cdot 3^4}{(4x-5)^5}$

58. $y' = \frac{3}{(3x+6)\cdot \ln 5}$