Julio Rey-Pastor
1888-1962

IES REY PASTOR EXAMEN DE MATEMÁTICAS 2º BAC CCSS

NOMBRE ……………………………………………………………….

Recuperación 2º EVALUACIÓN 8 de Abril de 2013 NOTA: …………

EJERCICIO 1 : Se considera la función f(x) = $\frac{x^2+x+2}{x}$. Se pide :

a) Encuentra las asíntotas de f(x) y haz un bosquejo de la función. *(1,5 puntos)*
b) Halla los intervalos de crecimiento , máximos y mínimos. *(1,5 puntos)*
c) Halla $\int f(x)dx$ *(1 punto)*

EJERCICIO 2: Se considera la función: *(3 puntos)*

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & si\ x<0 \\ 4-x^2 & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ ax+b & si\ \ x>2 \end{cases}$$

a) Calcúlense a y b para que f(x) sea continua y derivable en x = 2
b) Determínese la ecuación de la tangente a la gráfica en x = 1
c) Para a = 1 y b = -2, hágase una representación aproximada de la función y calcúlese el área de la región plana limitada por y = f(x) , el eje OX , x = -1 y x = 3

EJERCICIO 3 *(1,5 puntos)*

Dada la función y = $\frac{x^2}{4}$, determine un valor m comprendido entre 1 y 2 para el que el valor del área entre la curva, el eje X, x = 1 y x = m sea igual que el valor del área entre la recta y = 1, la recta x = m y la curva.

EJERCICIO 4 *(1,5 puntos)*

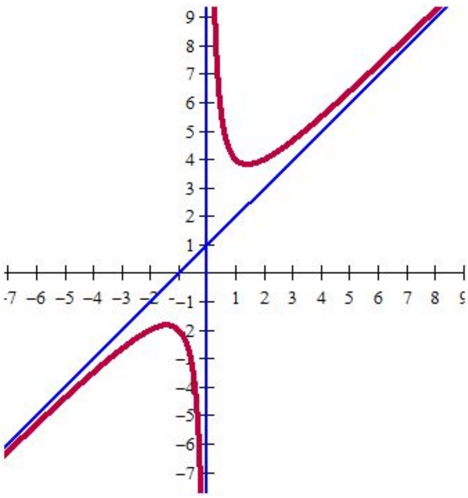
Se considera la función f(x) = $ax^3 + bx^2 + c$. ¿ Qué valores deben tomar a b y c para que la gráfica pase por (0, 0) y además tenga un punto de inflexión en P(1, 2) ?

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

a) Hay una **asíntota vertical en x = 0** ya que para $x \to 0^+$, $f(x) \to +\infty$ (Justificación: x = 0.001 , f(x) = 2001) y si $x \to 0^-$, $f(x) \to -\infty$ (Justificación: para x = -0.001 , f(x) = -1999).
No hay asíntotas horizontales ya que $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x = \infty$ y que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x-\infty} x = -\infty$
Estudiamos las asíntotas oblicuas : y = ax + b
$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+2}{x^2}$ = 1 luego a = 1
$\lim_{x\to\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x\to\pm\infty} (\frac{x^2+x+2}{x} - x) = \lim_{x\to\pm\infty} (\frac{x^2+x+2}{x} - \frac{x^2}{x}) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x+2}{x}$
=1 . Así pues b = 1 y la **asíntota oblicua es y = x +1 .**

b) f' (x) = $\frac{(2x+1)x - 1(x^2+x+2)}{x^2} = \frac{x^2-2}{x^2}$
La derivada se anula en x = $\sqrt{2}$, x = -$\sqrt{2}$ y para x = 0, ni f(x) ni f'(x) están definidas.



f'	+	| -	o	-	|	+
		$-\sqrt{2}$	0		$\sqrt{2}$	
F	↗	| ↘	o	↘	|	↗
		$-\sqrt{2}$	0		$\sqrt{2}$	

Máximo en (-$\sqrt{2}$, $\sqrt{2} - 1$) ; mínimo en ($\sqrt{2}$,1+3$\sqrt{2}$)

c) $\int f(x)dx = \int (x + 1 + \frac{2}{x})$ dx = $\int xdx$ + $\int 1dx + \int \frac{2}{x}dx$ = $\frac{x^2}{2}$ + x + 2ln|x| + K

EJERCICIO 2

a)

f(x) = $\begin{cases} x+4 & si\ x < 0 \\ 4 - x^2 & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ ax + b & si\ \ x > 2 \end{cases}$ f'(x) = $\begin{cases} 1 & si\ x < 0 \\ -2x & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ a & si\ x > 2 \end{cases}$

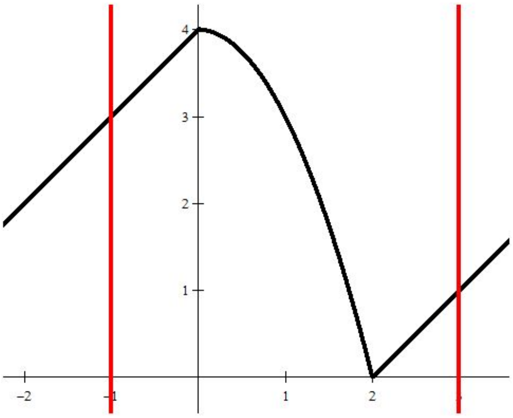
Para que f(x) sea continua en x = 2
$\lim_{x\to 2^-} f(x)$ = $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ = f(2) → 4 – 4 = 2a + b → 0 = 2a + b
Para que f(x) sea derivable en x = 2, f' (x) ha de ser continua en x = 2 de donde :
$\lim_{x\to 2^-} f'(x)$ = $\lim_{x\to 2^+} f'(x)$ = f'(2) → -4 = a
Si a = - 4, 0 = -8 + b luego b = 8 y la función es :

f(x) = $\begin{cases} x+4 & si\ x < 0 \\ 4 - x^2 & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ -4x + 8 & si\ \ x > 2 \end{cases}$

b) La ecuación de la tangente en x = 1 es $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$

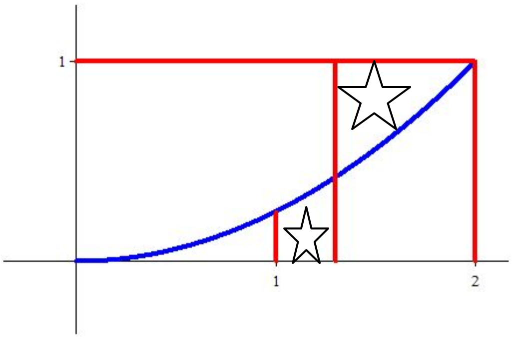
$f(1) = 4 - 1^2 = 3$ $f'(1) = -2$ $y - 3 = -2(x - 1)$

c)Representamos la función aproximadamente :



ÁREA = $\int_{-1}^{0}(x+4)dx + \int_{0}^{2}(4-x^2)dx + \int_{2}^{3}(x-2)dx = \frac{7}{2} + \frac{16}{3} + \frac{1}{2} = \frac{28}{3}$

EJERCICIO 3



Para que las dos áreas marcadas sean iguales : $\int_{1}^{m} x^2/_4 dx = \int_{m}^{2}\left(1 - x^2/_4\right)dx$

$\frac{m^3}{12} - \frac{1}{12} = \left(2 - \frac{8}{12}\right) - \left(m - \frac{m^3}{12}\right)$ → Resolviendo la ecuación queda m = $17/_{12}$

EJERCICIO 4

$Y = ax^3 + bx^2 + c$ $y' = 3ax^2 + 2bx$ $y'' = 6ax + 2b$

X = 0 y = 0 0 = a.0 + b . 0 + c → c = 0

X = 1 y = 2 2 = a + b

X = 1 y '' = 0 0 = 6a + 2b

Resolviendo el sistema : a = -1 , b = 3