Problemas de cambio de base de vectores y matriz de cambio

1) Hallar las coordenadas del vector $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ en la base $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

2) Hallar las coordenadas del vector $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 16 \\ -1 \\ 13 \end{pmatrix}$ en la base $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

3) Sean las bases del espacio vectorial de $\Re^2$ siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Hallar la matriz para el cambio de base de las coordenadas de vectores dados en la base **B** a la nueva base **C**.

4) Sean las bases del espacio vectorial de $\Re^2$ siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Hallar la matriz de cambio de base de **B** a **C**.

b) Siendo **v** un vector cuyas coordenadas en la base **B** son $\mathbf{v_B} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, hallar sus coordenadas en la base canónica y en la base **C** usando la matriz de cambio de base.

5) Sean las bases del espacio vectorial de $\Re^3$ siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

Hallar la matriz para el cambio de base de las coordenadas de vectores dados en la base **B** a la nueva base **C**.

6) Sean las bases del espacio vectorial de $\Re^3$ siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Hallar la matriz de cambio de base de **B** a **C**.

b) Siendo **v** un vector cuyas coordenadas en la base **B** son $\mathbf{v_B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, hallar sus coordenadas en la base canónica y en la base **C** usando la matriz de cambio de base.

Problemas de cambio de base de vectores y matriz de cambio

Soluciones:

1) $\mathbf{w_B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) $\mathbf{w_B} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

3) $P_{\mathbf{BC}} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$

4) **a)** $P_{\mathbf{BC}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, **b)** $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_C} = P_{\mathbf{BC}} \cdot \mathbf{v_B} \rightarrow \mathbf{v_C} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}.$

5) $P_{\mathbf{BC}} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

6) **a)** $P_{\mathbf{BC}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, **b)** $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_C} = P_{\mathbf{BC}} \cdot \mathbf{v_B} \rightarrow \mathbf{v_C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$