# Integrales indefinidas

a) $\int (3x+2)^3\,dx$

b) $\int (1+x)^2/\sqrt{x}\,dx$

c) $\int (x+1)/(x+2)\,dx$

d) $\int x^2\,Lnx\,dx$

e) $\int x\sqrt{1+x}\,dx$

f) $\int sen^2 x\cdot\cos^2 x\,dx$

g) $\int dx/(x\sqrt{(1-x)})$

h) $\int (dx/(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}))$

i) $\int (1+tagx)^2\,dx$

j) $\int dx/(x^2\sqrt{4+x^2})$

**Soluciones**

a) $\int (3x+2)^3\,dx = 1/3\int 3(3x+2)^3\,dx = 1/3((3x+2)^4)/4+C$

b) $\int (1+x)^2/\sqrt{x}\,dx = \int ((1+2x+x^2)/x^{1/2})dx = \int (1/x^{1/2})\,dx + 2\text{int}(x/x^{1/2})\,dx + \int (x^2)dx$ =

= $2\sqrt{x}+4/3\text{nroot}\,3/2\,x+2/5\text{nroot}\,5/2\,x+C$

c) $\int (x+1)/(x+2)\,dx = \int (1+1/(x+1)\,dx) = x+\ln(x+1)+C$

d) $\int x^2\,Lnx\,dx$

u = Lnx  du = dx/x
dv = $x^2$dx  v = $x^3/3$

$\int x^2\,Lnx\,dx = Lnx\cdot x^3/3 - \int x^3/3x\,dx = Lnx\cdot x^3/3 - 1/9x^3 + C$

e) $\int x\sqrt{1+x}\,dx$

u = x  du = dx
dv = $\sqrt{1+x}\,dx$  v = $2/3\,(1+x)^{3/2}$

$\int x\sqrt{1+x}\,dx = x\cdot 2/3(1+x)^{3/2} - \int 2/3(1+x)^{3/2}\,dx = x\cdot 2/3\,(1+x)^{3/2} - 4/5(1+x)^{5/2} + C$

f) $\int sen^2 x\cdot\cos^2 x\,dx = 1/4\text{int}\,sen^2\,2x\,dx = 1/8\int (1-cos4x)\,dx = 1/8x - 1/32\text{sen}(4x)+C$

g) $\int dx/(x\sqrt{(1-x)})$

Hacemos el cambio de variable (1-x) = $z^2$ $\rightarrow$ dx = -2z dz

$$\int dx/(x\sqrt{(1-x)})=\int(-2\text{zdz}/z(1-z^2))=-2\text{int}(dz/(1-z^2))=-\ln(1+z)/(1-z)+C$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$-\ln(1+z)/(1-z)+C=\ln(1-\sqrt{1-x})/(1+\sqrt{1-x})+C$$

h) $\int(dx/(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}))$

Hacemos el cambio de variable x = $z^4$, tendremos dx = $4z^3$dz

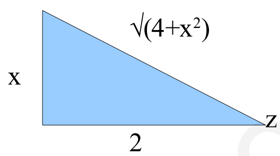
$$\int dx/(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x})=\int 4\text{z}^2\,dz/(z^2-z)=4\int z^2\,dz/(z-1)=4\int(z+1+1/(z-1))\,dz \quad =$$

$$= \quad 4(1/2\text{z}^2+z+\ln(z-1))+C=2\sqrt{x}+4\sqrt[4]{x}+\ln(\sqrt[4]{x}-1)^4+C$$

i) $\int(1+tagx)^2\,dx=\int(1+2\,tagx+tag^2\,x)\,dx=\int(sec^2\,x+2\,tagx)\,dx=tagx+2\text{Ln}\,secx+C$

j) $\int dx/(x^2\sqrt{4+x^2})$

Hacemos el cambio de variable x = 2tag z tendremos dx = $2\sec^2$z dz y $\sqrt{4+x^2}$ = 2 secz (fíjate en el triángulo más abajo)




Dirás que este cambio de variable es muy extraño, y es cierto. Es raro (por no decir prácticamente imposible) que se te ocurra por sí solo, a no ser que hayas hecho antes algún ejercicio en el que se aplique. La pista que te puede indicar que hay que aplicar este cambio de variable tan particular, es la presencia de una raíz con dos cosas que se están sumando, y que curiosamente cada una de esas dos cosas son el cuadrado perfecto de algo. Fíjate que 4 es $2^2$ (y lo asignamos a uno de los catetos) y $\sqrt{x^2}$ es el otro cateto (de esta manera se cumple el teorema de Pitágoras, compruébalo si quieres en el triángulo de arriba).

$$\int dx/(x^2\sqrt{4+x^2})=\int 2\,sec^2\,z\,dz/(4\,tag^2\,z\cdot 2\,secz)=1/4\int(secz/tag^2\,z)\,dz \quad =$$

$$= \quad 1/4\int sen^{-2}z\,cosz\,dz=-1/(4\,senz)+C=-\sqrt{4+x^2}/4\text{x}+C$$