PROBLEMAS RESUELTOS.-

1º-Calcular el área finita comprendida entre la recta x=1 y las curvas $y = x^2$ e $y = \frac{8}{x}$

Sol: $A = 8\ln 2 - \frac{7}{3}$

2º-Dada la curva $y = \frac{2}{x} + \ln x^2$

a) Buscar el punto **M** de la curva en el que la tangente es paralela al eje de abscisas.
b) Buscar el punto de inflexión **I**. Sol: a) M(1,2) b) I(2,1+ln 4)

3º-Utilizando el cálculo integral, determina el volumen de un cono circular recto de radio **r** y altura **h**.

4º-a) Representar la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$

b) Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx.$

c) ¿Es aplicable la regla de Barrow para calcular $\int_{1}^{4} f(x)dx$? Razonar la respuesta.

Sol: b) ln 3/2 c) No

5º-Calcular el área encerrada por la gráfica de la función $y = \frac{1}{4 + x^2}$ el eje de abcisas y las rectas x=2 y $x = 2\sqrt{3}$. Sol: A= π/24

6º-Calcular el área de la parte del plano comprendida entre la curva y= ln(x+5) y las rectas y=0 x=-9/2 x=1. Sol: $A = 6\ln 6 - \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{9}{2}$

7º-Halla el área de la figura limitada por las parábolas **y^2=4x** y **x^2=4y.**

8º-Calcular el área de la porción de plano comprendida entre la curva $y = 3x^3 - 3x^2 + x + 6$ y su tangente en el punto de abscisa x=1. Sol: A=4

9º-Hallar el área de la región limitada por las gráficas de las funciones: $f(x) = 1 + \frac{x}{3}$ $g(x) = \sqrt{x+1}$

Sol: A=1/6

10º-Hallar el área comprendida entre las gráficas de las funciones $y = 6x - x^2$ e $y = -2x + x^2$.
Sol: A=64/3

11º-Sean $f(x) = -x^2 - 4x$ $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$. Calcular el área del dominio conjunto de puntos M(x,y) tales

que : $-2 \le x \le 0$ $g(x) \le y \le f(x)$ Sol: A= 5,005

12º- $\int_{-1}^{0} \ln(x^2+x+1)dx$ Sol: $I = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - 2$

13º-Hallar el área encerrada por las líneas cuyas ecuaciones son: $y = xe^x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$
Sol: A=1

14º-Hallar el área limitada por las curvas **y=ln x , y=2** y los ejes coordenados. Sol: $A = e^2 - 1 = 6,389$

15º-Dada la función $f(x) = \begin{cases} 0 & si, \quad x = 0 \\ xlnx & si, \quad x > 0 \end{cases}$ calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función y el eje OX, desde x=0 hasta x=b siendo b la abscisa del mínimo de la función.
Sol: $b = \frac{1}{e} \quad A = \frac{3}{4e^2}$

16º-a) Hallar el área limitada por la función **f(x)= 1/2 + cos x**, el eje de abscisas y las rectas x=0 y x=π.
b) Hallar el volumen del cuerpo de revolución engendrado al girar en torno del eje OX, la región del apartado anterior. Sol: a) $A = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$ b) $V = \frac{3\pi^2}{4}$

17º-Hallar el valor de la suma:

$$I_1 + 2I_2 + 3I_3 + ... + 100I_{100} \quad \text{siendo} \quad I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos nx dx \qquad \text{Sol: S=0}$$

18º-La región del plano limitada por la recta **y=x-3**, la parábola $y = (x-9)^2$ gira alrededor del eje OX. Hallar el volumen del cuerpo de revolución que se genera. Sol: $V = \frac{500\pi}{3}$

19º-a) Representar gráficamente la función $y = |x| + |x-1|$.
b) ¿En qué puntos dicha función no es diferenciable?
c) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función anterior y la recta **y=2**.
Sol: b) x=0 x=1 c) A=3/2

20º-Sea la función $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$ definida en el intervalo [-1,1]. Calcular el área del recinto limitado por la curva **y=f(x)** y las rectas **x=-1 x=1 y=1/2.** Sol: A= 0'45

21º-Calcular el área del recinto comprendido entre la parábola $y = \frac{x^2}{4}$ y la recta **y=x**. Calcular asimismo el volumen generado por dicho recinto al girar 360◦ alrededor del eje OX. Sol: A= 8/3 $V = \frac{128\pi}{15}$

22º- Calcular $\int_4^5 \frac{x^3}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)} dx$

Sol: I=0'0061

23º-a) ¿Para qué valores de x tiene sentido la expresión

$$f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 2\sqrt{2}$$

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos de la función **f**.
c) Calcular el área del recinto limitado por la curva **y=f(x)** y la recta y=0.

Sol: a)[-4,4] b)M $(0,4-2\sqrt{2})$ c) $A = \dfrac{16\sqrt{2}}{3}$

24º-a) Enunciar e interpretar geométricamente el teorema de Rolle.
b) Dada la función $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ en el intervalo [-1,1], aplicar el teorema de Rolle si es posible. En caso contrario razonar la imposibilidad.
c) Calcular el área que encierra la función dada en el apartado anterior con el eje OX. Sol: c) A=4/5

25º-Calcular el área limitada por las curvas **y=sen x y=sen 2x** entre **x=0** y **x=π/4**.

Sol: $A = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2} = 0,207$

26º-Calcular el valor de la siguiente integral: $\displaystyle\int_{-63}^{0} \frac{dx}{\sqrt{1-x} + \sqrt[3]{1-x}}$

27º-Calcular el área del recinto determinado por la función $f(x)=x^2-3x+2$, el eje OX y las rectas x=0 y x=3. Sol: 11/6

28º- Area del recinto limitado por la curva: y= 1/((x+1)(x+3)) entre x=0 y x=1. Sol: 1/2 ln(3/2)

29º- Area del recinto limitado por la curva: y = ln(x+3), el eje OX, entre x=0 y x=1. Sol: 4 ln4 - 3 ln3 - 1

30º- Area del recinto limitado por la gráfica de la función: f(x)=sen(x/2) y el eje OX desde x=0 hasta x=π. Sol: 2

31º-Area del recinto limitado por las funciones: $f(x)=4x-x^2$ y $g(x)=x^2+2x$. Sol: 1/3

32º-Area comprendida entre la función: $f(x)=x^3-4x^2+3x$ y el eje OX. Sol: 37/12

33º-Area del recinto limitado por la gráfica de f(x)=cosx, el eje OX y las rectas x=0 y x=π. Sol: 2

34º-Area del recinto acotado del plano, limitado por la gráfica de $f(x)=x^2/(1+x^2)$, el eje OX y las recta x=-1 y x=1. Nota: tg(-π/4) = -1; tg(π/4) = 1 Sol: 2-π/2

35º-Calcular el valor de "m" para que el área del recinto limitado por la curva $y=x^2$ y la recta y=mx sea 9/2. Sol: 3

36º-Area limitada por $f(x)=xe^{-x}$, el eje OY y la ordenada en el máximo. Sol: 3/e-1.

37º-Obtener el área comprendida entre la función $y=e^x$ y la tangente a la curva en x=1. Sol: e/2 - 1

38º-Area del recinto limitado por la curva $y=xe^x$, el eje OY y la ordenada correspondiente al punto mínimo de la curva. Sol: 1-1/e

39º-Area limitada por las curvas: $y=-x^2-2x+3$ y la recta y=3. Sol: 4/3

40º-Area de la región del plano delimitada por los ejes de coordenadas y la gráfica de la función $f(x)=(x-1)e^{-x}$. Sol: 1/e

41º-Hallar el área de la región del plano limitada por la curva $y = (x-1)\, e^{-x}$, el eje de abscisas desde el punto de corte hasta la abscisa en el máximo. Sol: $1/e-2/e^2$

42º-Hallar el área de la región del plano limitada por las curvas y = ln x, y = 3 y los ejes de coordenadas. Sol: e^3-1

43º-Hallar el área comprendida entre la curva y = ln x desde el punto de corte con el eje OX hasta el punto de abscisa x = e. Sol: 1

44º-Hallar el valor de "a" para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2+a$ y el eje OX sea igual a 36. Sol: a = 9

45º-Calcular el área de las regiones del plano limitadas por las curvas:

a) $y = x^2-3x$ y el eje OX b) $y = |x^2-5x+4|$ y el eje OX

c) $y = x(x-1)(x-3)$ y el eje OX d) $y = x^3-6x^2+8x$ y el eje OX

Sol: a) 9/2; b) 9/2; c) 37/12; d) 8

46º- Calcular el área comprendida entre la función y=lnx, el eje OX y la tangente a la función en el punto x=e. Sol: e/2 -1

47º- Halla el área determinada por las curvas $y=x^2$, y=1/x y la recta x=2. Sol: 7/3 - ln2

48º-Halla el área determinada por $y=x^2+1$, su recta tangente en x=1 y el eje OY. Sol: 1/3

49º-Halla el área determinada por $y=x^2+1$, su recta normal en x=1 y los ejes. Sol: 16/3.-

50º-Halla el área comprendida entre las curvas y=x, y=1/x, y=-7/8 x + 15/4, siendo x1. Sol: 21/4-ln4

51º-Halla el área encerrada entre las curvas $y=x^4-4x^2$, $y=x^2-4$. Sol: 8

52º-Halla el área comprendida entre las curvas $y=x^3-x$, y=3x. Sol: 8

53º-Halla el área comprendida entre las gráficas de la curvas: $y=-x^4+2x^2$ e y=1. Sol: 16/15

54º-Área comprendida entre $y=x^3-x^2$ y el eje OX. Sol: 1/12

55º-Área comprendida entre la curva $y=x/(x^2-5x+4)$ y las rectas x=5 y x=7. Sol: 4/3 ln3 + 1/3 ln4 - 1/3 ln6

56º-Área encerrada entre la curva $x^2/(2x-2)$ y las rectas x=3 e y=2. Sol: 3/4 + 1/2 ln2.

57º-Área comprendida entre la curva $y=\ln(x^2+1)$ y la curva y=ln5. Nota: arctg(-α)=-arctg(α). Sol: - 8 + 4 arctg(2)

58º-Área comprendida entre la curva $y=|x-1|$ e $y=2$. Sol: 4

59º-Halla el área comprendida entre la gráfica de las funciones: $y=-x^2+2x$ e $y=x^3(x-2)$. Sol: 44/15

60º-Halla el área comprendida entre la gráfica de las funciones: $y=x^2-2x$ e $y=x^3(x-2)$. Sol: 4/15

61º-Halla el área comprendida entre la gráfica de las funciones: $y=-x^4+2x^2$, $y=x+2$ e $y=-x+2$. Sol: 31/15

62º-Halla el área comprendida entre la gráfica de la función $y=tg(x)$, el eje OX y la recta $x=\pi/4$. Sol: ln(2)

63º-Halla el área comprendida entre la gráfica de las funciones: $y=2-x^2$ e $y=|x|$. Sol: 7/3

64º-Halla el área determinada por las curvas $y=x^2$, $y=1/x$ y la recta $y=2$.
Sol: 2/3-2/3+ln(1/2)