1º.- Calcula las siguientes integrales:

a) $\int \left(2x^3 - \frac{1}{x^2} + 2\sqrt{x} \right) dx$ b) $\int \left(x + \sqrt{x} \right)^2 dx$

Solución:

a) $\int \left(2x^3 - \frac{1}{x^2} + 2\sqrt{x} \right) dx = \frac{x^4}{2} + \frac{1}{x} + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + k$

b)

$$\int \left(x + \sqrt{x} \right)^2 dx =$$

$$= \int \left(x^2 + 2x\sqrt{x} + x \right) dx = \int x^2 dx + 2\int x^{\frac{3}{2}} dx + \int x dx = \frac{x^3}{3} + \frac{4}{5}\sqrt{x^5} + \frac{x^2}{2} + k$$

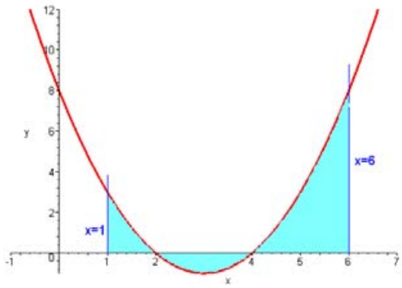
2º.- Calcula el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 6x + 8$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 6$

Solución:

La gráfica de la función corta al eje de abscisas en

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

y tiene concavidad positiva, por lo que las rectas $x = 1$ y $x = 6$ cortarán a la gráfica en la parte de ordenadas positivas:



luego el área buscada será:

$$A = \int_1^2 (x^2 - 6x + 8)dx - \int_2^4 (x^2 - 6x + 8)dx + \int_4^6 (x^2 - 6x + 8)dx =$$

$$= \frac{4}{3} - \left(-\frac{4}{3} \right) + \frac{20}{3} = \frac{28}{3} \text{ uni. de área}$$

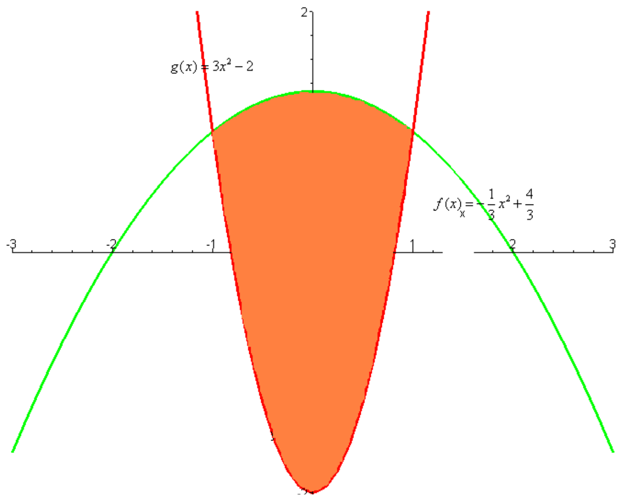
……………………………………………………………………………………………………

3º.- Calcula el área limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}$ y $g(x) = 3x^2 - 2$

Solución:

Las dos gráficas se cortan en:

$$\frac{-x^2}{3} + \frac{4}{3} = 3x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array} \right.$$



Luego el área buscada es:

$$A = \int_{-1}^{1} \left[\left(-\frac{x^2}{3} + \frac{4}{3} \right) - \left(3x^2 - 2 \right) \right] dx = \frac{40}{9} \text{ unidades de área}$$