1. [2012] [SEP-B] Sea la función f definida por $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1-x}$ para $x \neq 1$.

a) Estudia las asíntotas de la gráfica de f.

b) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

2. [2012] [SEP-A] Sea la función continua $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

a) Calcula el valor de k.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

3. [2012] [JUN-B] Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a\cdot sen(x)-xe^{x}}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

4. [2012] [JUN-A] Sea la función $f: \Re \to \Re$ definida por $f(x) = e^{x}(x - 2)$.

a) Calcula la asíntotas de f.

b) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

c) Determinan, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f.

5. [2011] [SEP-B] Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{3x^4+1}{x^3}$ para $x \neq 0$.

a) Estudia las asíntotas de la gráfica de la función.

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

6. [2011] [SEP-A] Calcula la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

7. [2011] [JUN-B] Sea $f:[1,+\infty)\to\Re$ la función definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$. Determina el punto P de la gráfica de f que se encuentra a menor distancia del punto A(2,0). ¿Cuál es esa distancia?

8. [2011] [JUN-A] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

9. [2010] [SEP-B] Considera la función $f:[0,4] \to \Re$ definida por: $f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$.

a) Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a, b y c.

b) Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

10. [2010] [SEP-A] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

11. [2010] [JUN-B] Calcula $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x}-e^{senx}}{x^2}$.

12. [2010] [JUN-A] Sea f la función definida como $f(x) = \dfrac{ax^2+b}{a-x}$ para $x \neq a$.

a) Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto (2,3) y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4.
b) Para el caso a = 2, b = 3, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

13. [2009] [SEP-B] De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm^2, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

14. [2009] [SEP-A] Se considera la función $f:[1,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x) = \sqrt{x^2-x} + x$. Determina la asíntota de la gráfica de f.

15. [2009] [JUN-B] Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2-3x-1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

a) Estudia su cointinuidad y derivabilidad.
b) Determina sus asíntotas y sus extremos relativos.
c) Esboza la gráfica de f.

16. [2009] [JUN-A] Calcula el siguiente límite (ln significa logaritmo neperiano): $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln(x)} - \dfrac{2}{x^2-1}\right)$.

17. [2008] [SEP-B] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto (1,2), encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área máxima. Halla el área de dicho triángulo.

18. [2008] [SEP-A] Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por: $f(x) = \begin{cases} ax^2+3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2-bx-4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Halla a y b sabiendo que f es derivable en $\Re$.
b) Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.

19. [2008] [JUN-B] De entre todos los rectángulos de perímetro 8 cm, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

20. [2008] [JUN-A] Sea f la función definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = x\cdot e^{\frac{1}{x}}$. Determina las asíntotas de la gráfica de f.

21. [2007] [SEP-A] Sea $f:(0,+\infty)\to\Re$ la función definida por $f(x) = \dfrac{3x+1}{\sqrt{x}}$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
b) Calcula el punto de inflexión de la gráfica de f.

22. [2007] [JUN-B] Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = 2x^3+12x^2+ax+b$. Determina a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión es la recta $y = 2x+3$.

23. [2007] [JUN-A] Determina dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

24. [2006] [SEP-B] Un alambre de 1 metro de longitud se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.

25. [2006] [SEP-A] Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = x^2-|x|$.

a) Estudia la derivabilidad de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se alcazan y valor de la función).

26. [2006] [JUN-B] Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x^4+3}{x}$, para $x\neq 0$.

a) Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de f.

b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f.

c) Esboza la gráfica de f.

27. [2006] [JUN-A] Determina un punto de la curva de ecuación $y = xe^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

28. [2005] [SEP-A] Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = (x-1)^2e^{-x}$.

a) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) Esboza la gráfica de f.

29. [2005] [JUN-B] Sea f la función definida para $x \neq 0$ por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$.

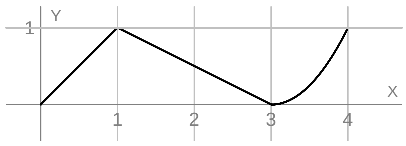
a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) Esboza la gráfica de f.

30. [2005] [JUN-A] De la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que tiene un máximo en $x = -1$, que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa $x = -2$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = 0$. Calcula a, b, c y d sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene pendiente 9.

31. [2004] [SEP-B] De una función $f:[0,4]\to\Re$ se sabe que $f(1) = 3$ y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



(a) Halla la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. ¿En qué punto alcanza la función su máximo absoluto?

c) Estudia la concavidad y convexidad de f.

32. [2004] [SEP-A] Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 80 cm^3. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 1 euro/m^2 y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

33. [2004] [JUN-B] Se sabe que la función $\mathbf{f}:(-1,+\infty)\to\Re$, definida por $f(x) = \begin{cases} x^2-4x+3 & \text{si} \quad -1 < x < 0 \\ \dfrac{x^2+a}{x+1} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ es continua en $(-1,+\infty)$.

(**a**) Hallar el valor de **a**. ¿Es **f** derivable en $x = 0$?

(**b**) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de **f**.

34. [2004] [JUN-A] Considerar la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$.

(**a**) Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de **f** en el punto de abscisa $x = 1$.

(**b**) Determinar los intervalos de concavidad y de convexidad de **f**. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de **f**?

35. [2003] [SEP-B] Estudia la derivabilidad de la función $f:\Re\to\Re$ definida por: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-|x|} & \text{si } x \neq -1 \text{ y } x \neq 1, \\ 0 & \text{si } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$

36. [2003] [SEP-A] Calcula $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x) - \text{sen}x}{x\cdot\text{sen}x}$, siendo ln(1+x) el logaritmo neperiano de 1+x.

37. [2003] [SEP-A] Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = e^{\frac{x}{3}}$.

(**a**) ¿En qué punto de la gráfica de f la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas? Halla la ecuación de dicha recta tangente.

(**b**) Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

38. [2003] [JUN-B] Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = (x+3)e^{-x}$.

(**a**) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

(**b**) Determina los extremos de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

(**c**) Esboza la gráfica de f.

39. [2002] [SEP-B] Estudiar la derivabilidad de la función $f: (0, +\infty) \to \Re$ definida por: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{x^2}{4} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Calcular la función derivada.

40. [2002] [SEP-A] Considerar la función **f** definida por $f(x) = \dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

(**a**) Calcular las asíntotas de la gráfica de **f**.

(**b**) Estudiar la posición de la gráfica de **f** respecto de sus asíntotas.

41. [2002] [JUN-B] Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{9x-3}{x^2-2x}$, para $x \neq 0$ y $x \neq 2$.

(a) Calcula las asíntotas de la gráfica de f.

(b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

(c) Con los datos obtenidos, esboza la gráfica de f.

42. [2002] [JUN-A] Considera la función $f : \Re\to\Re$ definida por $f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$.

(a) Calcula las asíntotas de la gráfica de f.

(b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

43. [2001] [SEP-B] Determina α sabiendo que existe y es finito el límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{-x}+\alpha x}{x-\text{sen}(x)}$. Calcula dicho límite.

44. [2001] [SEP-A] Considera la función $f:(-\infty,10)\to\Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} a^x-6 & \text{si } x < 2 \\ |x-5| & \text{si } 2 \leq x < 10 \end{cases}$

(**a**) Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que a>0)

(**b**) Esboza la gráfica de f.

(**c**) Estudia la derivabilidad de f.

45. [2001] [JUN-A] Sea **f**:$\Re \to \Re$ la función dada por $f(x) = \left|8-x^2\right|$.
(**a**) Esboza la gráfica y halla los extremos relativos de **f** (dónde se alcanzan y cuáles son sus respectivos valores).
(**b**) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta tangente a la misma en el punto de abscisa x = -2.

46. [2000] [SEP-B] Determina el valor de a, b y c sabiendo que la gráfica de la función f:$\Re \to \Re$ definida por $f(x) = x\left(ax^2+bx+c\right)$ tiene un punto de inflexión en (-2,12) y que en dicho punto la recta tangente tiene por ecuación 10x+y+8 = 0.

47. [2000] [SEP-A] Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x \cdot sen(x)}{tg\left(x^2\right)}$

48. [2000] [JUN-B] Se dispone de 288.000 pts. para vallar un terreno rectangular colindante con un camino recto. Si el precio de la valla que ha de ponerse en el lado del camino es de 800 pts/metro y el de la valla de los restantes lados es de 100 pts/metro, ¿cuáles son las dimensiones y el área del terreno rectangular de área máxima que se puede vallar?.

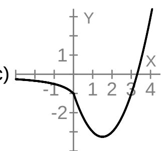
49. [2000] [JUN-A] Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde un determinado punto. La altura en metros alcanzada alcabo de t segundos viene dada por: $h(t) = 5 - 5t - 5e^{-2t}$
(**a**) Calcula el tiempo transcurrido hasta alcanzar la altura máxima y el valor de ésta.
(**b**) Teniendo en cuenta que la velocidad es v(t) = h´(t), halla la velocidad al cabo de 2 segundos.

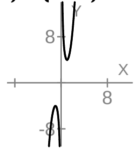
50. [1999] [SEP-B] (**1**) Halla las asíntotas de la gráfica de la función definida para x>0 por $f(x) = \dfrac{1+x^2}{x}$.
(**2**) Halla las regiones de crecimiento y de decrecimiento de f indicando sus máximos y mínimos locales y globales si los hay.
(**3**) Esboza la gráfica de f.

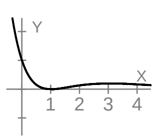
51. [1999] [SEP-A] Considera la curva de ecuación $y = x^2-2x+3$
(**1**) Halla una recta que sea tangente a dicha curva y que forma un ángulo de 45º con el eje de abscisas.
(**2**) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal? En caso afirmativo, halla la ecuación de dicha recta tangente; en caso negativo, explica por qué.

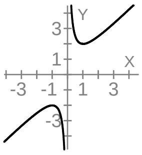
52. [1999] [JUN-B] Dada la función **f**:[1,e]$\to \Re$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{x} + Ln(x)$ (donde Ln(x) es el logaritmo neperiano de x), determina cuál de las rectas tangentes a la gráfica de **f** tiene la máxima pendiente.

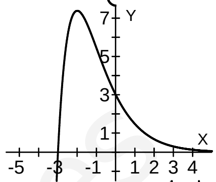
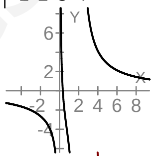
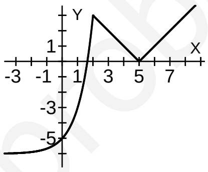
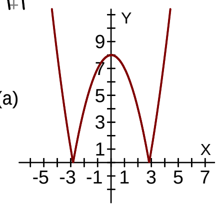
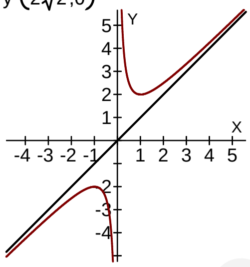
—Soluciones—

1. a) x = 1; y = 0 b) crec: $(0,1)\cup(1,+\infty)$; min: (0,1) **2.** a) k = 1 b) y = 2x+e-3 **3.** 1; -1 **4.** a) y = 0 b) crec: $(1,+\infty)$; min: (1,-e) c) (0,-2) **5.** a) x = 0 ; y = 3x b) crec: $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$; max: (-1,-4); min: (1,4) **6.** $\frac{8}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3}$ **7.** $\left(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **8.** 1'69, 3'39 **9.** a) -3, 4, 1 b) max: (0,4), (4,4); min: $\left(\frac{3}{2},\frac{7}{4}\right)$ **10.** 5x10 **11.** 0 **12.** a) 4, -10 b) y = 9x-4 **13.** 4x4 **14.** $y = \frac{1}{2}$; $y = 2x-\frac{1}{2}$ **15.** a) con: $\Re$; der: $\Re$- {0} b) y = 0; $x = \frac{3}{2}$ c) 

16. 1 **17.** y = -2x+4 ; 4 **18.** a) 2, -7 b) y = 13x-13 ; $y = -\frac{1}{13}x+\frac{341}{13}$ **19.** cuadrado de lado 2 cm **20.** x = 0; y = x+1 **21.** a) Creciente: $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$. Decreciente: $\left(0,\frac{1}{3}\right)$. Mínimo: $\left(\frac{1}{3},2\sqrt{3}\right)$ b) $(1,4)$ **22.** a=26, b=19 **23.** 5 y 5 **24.** 44 cm (circunferencia) y 56 cm **25.** a) $\Re$-{0} b) Creciente en $\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ c) Máximo: $(0,0)$. Mínimos: $\left(\frac{-1}{2},\frac{-1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{2},\frac{-1}{4}\right)$ **26.** a) No corta a los ejes. Asíntotas: x = 0 b) Creciente: $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$. Mínimo: $(1,4)$. Máximo: $(-1,-4)$ c) 

27. $(0,0)$ **28.** a) y=0 b) Creciente: $(1,3)$. Max: $\left(3,\frac{4}{e^3}\right)$, min: $(1,0)$ c) 

29. a) x=0, y=x b) Creciente: $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$. Max: $(-1,-2)$, min: $(1,2)$. c)  **30.** 1, 0, -3, 2 **31.** a) y = x+2 b) Creciente en $(0,4)$. Max. abs: 4 c) Convexa: $(0,1)\cup(3,4)$. P. inflexión: 1 y 3. **32.** Base: 4 cm. Altura: 5 cm **33.** (a) 3. No (b) creciente en $(1,+\infty)$ **34.** (a) $\begin{cases}\text{tangente, } 2x+y-2=0\\ \text{normal, } x-2y-1=0\end{cases}$ (b) $\begin{cases}\text{convexa en } \left(\frac{2}{3},+\infty\right)\\ \text{cóncava en } \left(-\infty,\frac{2}{3}\right)\\ \text{punto de inflexión para } x=\frac{2}{3}\end{cases}$

35. $\Re - \{-1,1\}$ **36.** $\frac{-1}{2}$ **37.** (a) $\begin{cases}\text{Punto de la gráfica: } (3,e)\\ \text{Recta tangente: } 3y-ex=0\end{cases}$ (b) $\frac{3e-6}{2}$ **38.** Máximo en $(-2,e^2)$. Punto de inflexión en (-1,2e).  **39.** $(0,1)\cup(1,+\infty)$; $\begin{cases}\dfrac{x}{\sqrt{3+x^2}}-1 & \text{si } 0<x<1\\ -\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{x}{2} & \text{si } x>1\end{cases}$ **40.** (a) x = 1 ; y = x-1 (b) Encima para x>1 **41.** (a). hor. y = 0 , vert. x = 0 , x = 2 ; (b) Decreciente en $\Re$ (c)  **42.** (a) y = 1 ; (b) creciente en [-1,1] , máx. $\left(1,\frac{1}{e}\right)$, min. (1,e) **43.** 2 ; 2 **44.** 3 ;  ; $\Re$-{2,5} **45.** (a)  $\begin{cases}\text{Un máximo relativo en } (0,8).\\ \text{Mínimos relativos en } (-2\sqrt{2},0) \text{ y } (2\sqrt{2},0)\end{cases}$ (b) (-2,4) ; $(2+2\sqrt{6}, 20+8\sqrt{6})$ y $(2-2\sqrt{6}, 20-8\sqrt{6})$ **46.** 1, 6, 2 **47.** 1 **48.** x = 160 m. , y = 720 m. **50.** $\begin{cases}\text{Asíntotas: } x=0 \,;\, y=x\\ \text{Crecimiento: } (-\infty,-1]\cup[1,+\infty)\\ \text{Máximo: } x=-1\\ \text{Mínimo: } x=1\end{cases}$;  **51.** 4x - 4y + 3 = 0 ; y = 2 **52.** $y=\frac{1}{4}x+\ln 2$