……………………………………………………………………………………………

1º.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}$

a) Calcula su matriz inversa

b) Resuelve la ecuación $XA^2+5A=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 10 & -20\end{pmatrix}$

Solución:

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}^{-1}\Rightarrow\begin{cases}|A|=-10\\ \left(Adj(A)\right)^t=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -4 & 1\end{pmatrix}\end{cases}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{10}\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & -1\end{pmatrix}$$

b)

$$XA^2+5A=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 10 & -20\end{pmatrix}\Rightarrow X\begin{pmatrix}13 & 9\\ 12 & 16\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5 & 15\\ 20 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 10 & -20\end{pmatrix}$$

De donde:

$$X=\left[\begin{pmatrix}6 & 8\\ 10 & -20\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 15\\ 20 & 10\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}13 & 9\\ 12 & 16\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -7\\ -10 & -30\end{pmatrix}\frac{1}{100}\begin{pmatrix}16 & -9\\ -12 & 13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -3\end{pmatrix}$$

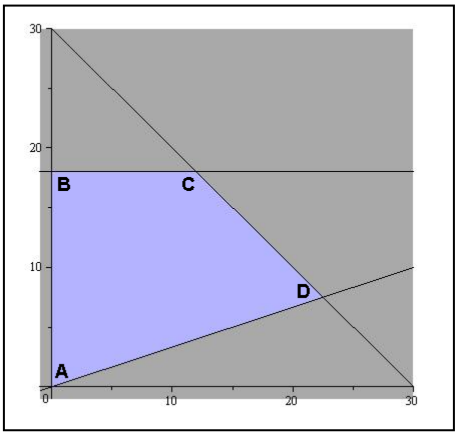
2º.-Cierto armador se dedica a la pesca de rape y merluza. Las cuotas pesqueras imponen que las capturas totales no excedan de 30 toneladas. Por otra parte, la cantidad de rape ,como máximo, puede triplicar a la merluza, y, a demás, esta última no puede superar las 18 toneladas. Si el precio de rape es de 15 €/kg y el de la merluza 10 €/kg, ¿qué cantidades de cada especie ha de pescar para maximizar sus ingresos?

Soluciones:

Sea: $\begin{cases}x=\text{Ton. de rape}\\ y=\text{Ton de merluza}\end{cases}$, se trata de maximizar la función

$f(x,y)=15000x+10000y$, sometida a las restricciones:

$$\begin{cases}x+y\le 30\\ x\le 3y\\ y\le 18\\ x\ge 0,y\ge 0\end{cases}$$



cuya solución factible es la indicada en el gráfico;

$A=(0{,}0)$, $B=(0{,}18)$ $C=(12{,}18)$ D=$\left(\frac{45}{2},\frac{15}{2}\right)$

De donde:

$f(A)=0$, $f(B)=180000$ $f(C)=360000$ y $f(D)=412500$, ; luego las cantidades pescar será 22,5 Tm de rape y 7,5 Tm de merluza

....

3º.-Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+4}{2x-3}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con lo ejes coordenados
b) Las ecuaciones de sus asíntotas verticales y horizontales
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
d) Máximos y mínimos locales
e) Representación aproximada de la función a partir de los datos anteriores

Solución:

a) La función existe para todo valor de x menos para $x=\dfrac{3}{2}$; no corta al eje de abscisas y corta en $y=\dfrac{-4}{3}$ al eje de ordenadas

b)

No tiene asíntotas horizontales y tiene una asíntota vertical en $x=\dfrac{3}{2}$

c)

$f'(x)=f'(x)=\dfrac{2x^2-6x-8}{(2x-3)^2}$**,** que se anula para $\begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}$

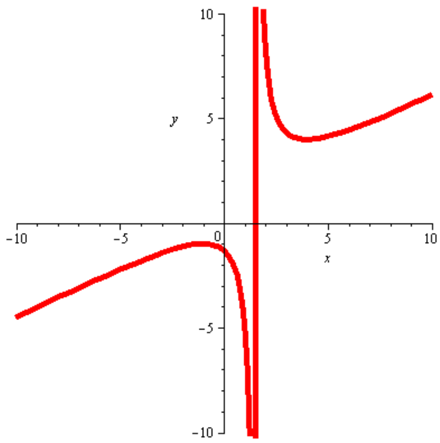
Para $(-\infty,-1)$, $f'(x)>0 \Rightarrow f(x)$ es crecciente

Para $(-1,4)$, $f'(x)<0 \Rightarrow f(x)$ es decrecciente

Para $(4,\infty)$, $f'(x)>0 \Rightarrow f(x)$ es crecciente

d) A la vista de los resultados anteriores, en $x=-1$ hay un máximo y en $x=4$ hay un mínimo

e)



……………………………………………………………………………………………………

4º.-Un estudio de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0{,}2t^2 + 4t + 0{,}25 \qquad , 0 \le t \le 25$$

$$(t = \text{años transcurridos desde el año } 2000)$$

a) ¿En qué año se alcanzará un máximo nivel de contaminación?
b) ¿En que año se alcanzará el nivel de contaminación cero?

Solución:

a)

$C'(t) = -0{,}4t + 4$, que se anula para $t = 10$; como para este valor la segunda derivada es negativa, se trata de un máximo. Luego se alcanza la contaminación máxima a los diez años.

b)

$C(t) = -0{,}2t^2 + 4t + 0{,}25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -0{,}06 \\ t = 20{,}06 \end{cases}$; luego dentro del año 20 se alcanzará el nivel cero de contaminación

5º.-Una empresa automovilística fabrica su modelo Assegurat en cuatro factorías A,B.C y D . La factoría A produce el 40% de los coches con un 5% defectuosos, la B el 30% con 4% defectuosos, la C el 20% con un 3% defectuosos y, finalmente, la factoría D el 10% restante con un 2% defectuosos. Si elegimos al azar un coche del modelo Assegurat, calcula:

a) La probabilidad de que sea defectuoso
b) Si el coche es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de se que se haya fabricado en la factoría C?

Solución:

a)

$$P(Ds) = P(A)P(Ds / A) + P(B)P(Ds / B) + P(C)P(Ds / C) + P(D)P(Ds / D) =$$
$$=0{,}40\cdot 0{,}05+0{,}3\cdot 0{,}04+0{,}2\cdot 0{,}03+0{,}1\cdot 0{,}02=0{,}04 \equiv 4\%$$

b)

$$P(C / Ds) = \frac{P(C)P(Ds / C)}{P(Ds)} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}03}{0{,}04} = 0{,}15$$