…………………………………………………………………………………………………

1º- a) Emplear el método de Cramer para resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ x-4y+3z=1 \\ x+y-z=2 \end{cases}$$

b) Si $(x,y,2)$ es una solución de ese sistema ¿Cuánto vale x e y?

Solución:

a)

$\Delta=\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=0$, luego el sistema no es de Cramer. Para resolverlo necesitamos arreglarlo; por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} 3x-2y=5-z \\ x-4y=1-3z \end{array}\right\}$$

De donde:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 5-z & -2 \\ 1-3z & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}}=\frac{-2z-18}{-10}=\frac{z+9}{5} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 5-z \\ 1 & 1-3z \end{vmatrix}}{-10}=\frac{-8z-2}{-10}=\frac{4z+1}{5}$$

b)

Para $z=2$ $\quad x=\frac{2+9}{5}=\frac{11}{5}$, $y=\frac{4\cdot 2+1}{5}=\frac{9}{5}$

2º.- a) Para que valor de $"a"$ la siguiente matriz no tiene inversa:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & a & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Calcula la matriz inversa de A cuando $a=-1$

Solución:

a) A no tiene solución si $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & a & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow 5a+10 \Rightarrow a=-2$

b) Si $a=-1$, la matriz toma la forma $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |A|=\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}=5$; y

……………………………………………………………………………………………

$$Adj(A)=\begin{pmatrix}-1 & 5 & 2\\ -2 & 5 & 4\\ 5 & -10 & -5\end{pmatrix}\ ;\ A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-1 & -2 & 5\\ 5 & 5 & -10\\ 2 & 4 & -5\end{pmatrix}$$

3º.-Un taller de confección hace chaquetas y pantalones. Para hacer una chaqueta se necesitan 1 m de tela y dos botones; y para hacer unos pantalones, hacen falta 2 m de tela, 1 botón y 1 cremallera. El taller dispone de 500 m de tela, 400 botones y 225 cremalleras. La chaqueta se vende a 20 € y el pantalón a 30 €.

Suponiendo que se vende tolo lo que se fabrica, calcular el número de chaquetas y de pantalones que se tiene que hacer para obtener un beneficio máximo

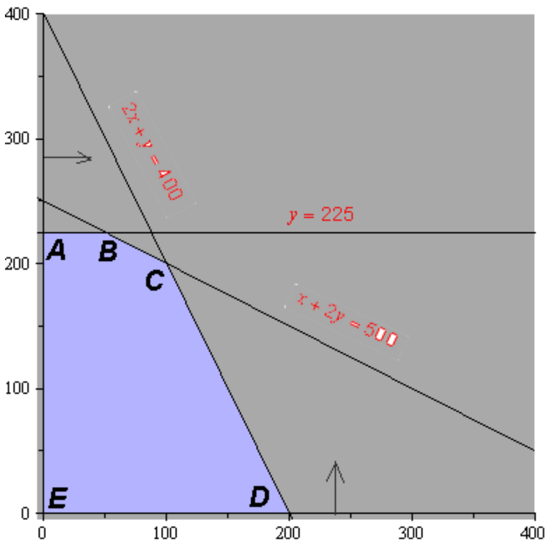
Solución:

Sea: $\begin{cases} x = \text{nº de chaquetas} \\ y = \text{nº de pantalones} \end{cases}$, entonces:

Maximizar: $f(x,y)=20x+30y$

Sujeto a: $\begin{cases} x+2y\le 500 \\ 2x+y\le 400 \\ y\le 225 \\ x\ge 0\ ,\ y\ge 0 \end{cases}$

Cuya solución factible es:



Donde

$A=(0,225)$, $B=(50,225)$

$C=(100,200)$, $D=(200,0)$

Que corresponden unos beneficios:

$f(A)=6750$; $f(B)=7750$

$f(C)=8000$; $f(D)=4000$

Luego se deben confeccionar 100 chaquetas y 200 pantalones

……………………………………………………………………………………………

4º.-Estudiar, en $x=2$, la continuidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10} & si\ \ x<2\\[2ex] \dfrac{x^3+4}{x^5+4} & si\ x>2\end{cases}$$

Solución:

La función no está definida en el punto $x=2$, luego es discontinua en dicho punto; veamos si dicha discontinuidad es evitable:

$$\lim_{x\to 2}(x)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10}=\dfrac{0}{0}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\cancel{(x-2)}(x-3)}{\cancel{(x-2)}(x-5)}=\dfrac{1}{3}\\[2ex] \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^3+4}{x^5+4}=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to 2} f(x)=\frac{1}{3}$$

Luego en el punto $x=2$ hay una discontinuidad evitable, lo que nos permite redefinir la función en la forma:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10} & si\ \ x<2\\[1ex] \dfrac{1}{3} & si\ x=2\\[1ex] \dfrac{x^3+4}{x^5+4} & si\ x>2\end{cases}\Leftrightarrow f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10} & si\ \ x<2\\[2ex] \dfrac{x^3+4}{x^5+4} & si\ x\geq 2\end{cases}$$

5º.-Calcula y simplifica, si es posible, la derivada de la siguiente función:

$$f(x)=Ln\frac{x+1}{x-1}$$

Solución:

$$f'(x)=\frac{x-1}{x+1}\bullet\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x+1)(x-1)}=\frac{-2}{x^2-1}=\frac{2}{1-x^2}$$