……………………………………………………………………………………………

1º.- Una inmobiliaria ha vendido un total de 65 plazas de garaje en tres urbanizaciones diferentes. Las ganancias obtenidas por la venta de una plaza de garaje en la urbanización A son de 2.000 euros, 4.000 euros por una en la urbanización B y 6.000 por una en la urbanización C. Se sabe que se han vendido un 50% más de plazas en la urbanización A que en la urbanización C. Calcula el número de plazas de garaje vendidas en cada urbanización sabiendo que el beneficio obtenido por las vendidas en la urbanización C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las vendidas en las urbanizaciones A y B. [Selectivo-2008 Valencia]

Solución:

Sea: $\begin{cases} x & \text{el nº de plazas vendidas en A} \\ y & \text{" " " B} \\ z & \text{" " " C} \end{cases}$, entonces $\begin{cases} x+y+z=65 \\ 6000z=4000y+2000x \\ x=1{,}5z \end{cases}$

Antes de resolver el sistema simplifcamo la seggunda ecuación:

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ 6z=4y+2x \\ x=1{,}5z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=15 \\ z=20 \end{cases}$$

2º.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

a) Hallar su inversa

b) Resolver la ecuación $XA^2+5A=\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$ [Selectivo-2008 Valencia]

Solución:

a)

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} -1/5 & 3/10 \\ 2/5 & -1/10 \end{pmatrix}$$

b)

$$X\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}-5\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\Leftrightarrow X\begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}-5\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$X=\left[\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}-5\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -10 & -30 \end{pmatrix}\frac{1}{100}\begin{pmatrix} 16 & -9 \\ -12 & 13 \end{pmatrix}=$$

$$X=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

……………………………………………………………………………………………

3º.-a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistemea de inecuaciones:

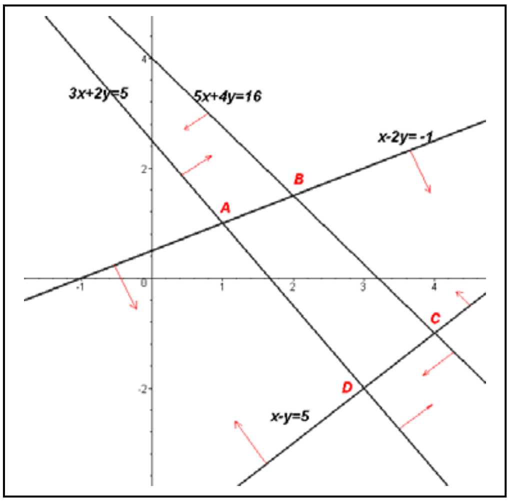
$$\begin{cases} 3x+2y \geq 5 \\ x-2y \geq -1 \\ 5x+4y \leq 16 \\ x-y \leq 5 \end{cases}$$

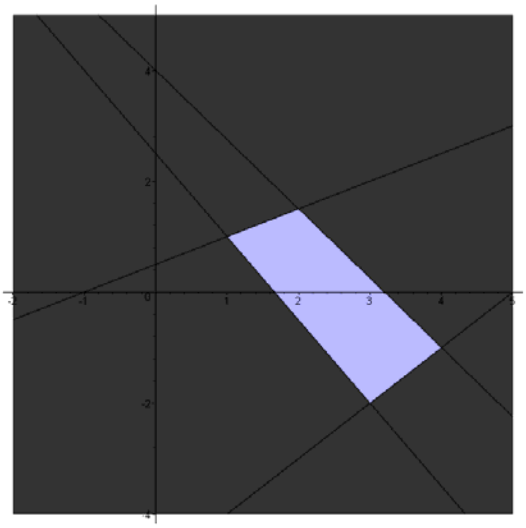
b) Determinar los vértices de la región obtenida en el apartado anterior

c) Calcular el punto donde alcanza el mínimo la función $f(x,y)=3x-y$ y encuentra dicho valor mínimo [Selectivo 2008- Valencia]

Solución:

a)





b)

$$A=\begin{pmatrix} 3x+2y=5 \\ x-2y=-1 \end{pmatrix} \Rightarrow A(1,1)$$

$$B=\begin{cases} 5x+4y=16 \\ x-2y=-1 \end{cases} \Rightarrow B\left(2,\frac{3}{2}\right)$$

$$C=\begin{cases} 5x+4y=16 \\ x-y=5 \end{cases} \Rightarrow C(4,-1)$$

$$D=\begin{cases} x-y=5 \\ 3x+2y=5 \end{cases} \Rightarrow D(3,-2)$$

c)

$f(A)=2$, $f(B)=4{,}5$, $f(C)=13$ y $f(D)=11$

El mínimo se alcanza en el punto A(1,1) con un valor de 2

……………………………………………………………………………………………

4º.- La cuenta de resultados (pérdidas o ganancias) en millones de euros, *y*, de una empresa vienen dadas por la siguiente función de los años de existencia *x* de la misma:

$$y = \frac{5x^2 + 20x - 25}{x^2 + 7}$$

a) ¿A partir de qué año deja la empresa de tener pérdidas?
b) ¿En qué momento alcanza la empresa sus ganancias máximas? ¿A cuánto ascienden éstas? [Selectivo 2008-Valencia]

Solución

a) La empresa tiene pérdidas mientas la función sea negativa. Como "x" son los años de existencia de la empresa , no puede ser negativa, luego la función tendrá perdidas cuando sea negativo el numerador, es decir, cuando $5x^2 + 20x - 25 < 0$, es decir cuando pase el primer año (x=1)

b)

$$y' = \frac{-20x^2 + 120x + 140}{(x^2 + 7)^2}$$ que se nula cuando se anula en numerador, es decir:

$$-20x^2 + 120x + 140 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Como la función es creciente a la izquierda de 7 y decreciente a su derecha, en x=7 hay un máximo y el máximo beneficio obtenido será $\frac{45}{7} \approx 6,43$ millones de € a los 7 años

---

5º.- a) Calcula los máximos y mínimos absolutos de la función

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

en el intervalo [1,4]. Justifica que los puntos encontrados son máximos o mínimos absolutos.
b) Estudia la continuidad en el intervalo [0,4] de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & 0 \le x < 1 \\ x^3 - 6x^2 + 9x + 1 & 1 \le x \le 4 \end{cases}$$

[Selectivo 2008- Valencia]

Solución:

a) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ que se anula para $\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$, como $f''(x) = 6x - 12$ es $\begin{cases} < 0 \text{ para } x = 1 \\ > 0 \text{ para } x = 3 \end{cases}$ en x=1 hay un máximo y en x=3 hay un mínimo $f(1) = f(4) = 5$ en x=4 tambien hay un máximo

b) La función es continua dentro de los intervalos, en el punto de sato :

$$\lim_{x \to 1} \begin{cases} \lim_{x \to 1^-} 2x + 3 = 5 \\ \lim_{x \to 1^+} x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to 1} f(x) = 5 = f(1)$$

Luego la función es siempre continua en el intervalo [0,4]