1º.-Juan quiere comprarse una camisa, un pantalón y un suéter. Sabe que el pantalón le cuesta tanto como la camisa y el suéter juntos; pero con lo que cuesta 3 camisas se podría comprar 2 pantalones. Si las tres prendas que quiere comprarse le cuestan 120 € , ¿Cuánto cuesta cada prenda?

Solución:

$$\text{Llamemos:}\begin{cases} x \rightarrow \text{precio de la camisa} \\ y \rightarrow \text{precio del pantalón} \\ z \rightarrow \text{precio del suéter} \end{cases}$$

$$\text{entonces: } \begin{cases} y = x + z \\ 3x = 2y \\ x + y + z = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40\text{ €} \\ y = 60\text{ €} \\ z = 20\text{ €} \end{cases}$$

2º.-¿Para que valor de a la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & a \end{pmatrix}$ no tiene inversa?

Solución:

La matiz dada no tiene inversa si si determinante es 0, luego:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & a \end{vmatrix} = a - 3 \Rightarrow \text{si } a = 3 \text{ la matriz no tiene inversa}$$

3º.-Resuelve por el método de Cramer el siguiente sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$

Solución:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 9 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{25}{7} \quad ; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}}{-7} = -\frac{13}{7}$$

……………………………………………………………………………………………

4º.-Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de 1 y 3 estantes. Se sabe que se necesitan 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante y se vende a 20 €; mientras que para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera y se vende a 35 €.

Si no se pueden fabricar mas de 120 librerías de 1 estante ni más de 70 de 3 estante, ¿cuántas librerías de cada tipo se deben fabricar para obtener el máximo beneficio?

Solución:

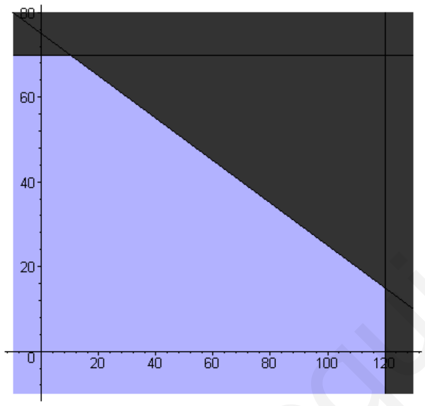
$$\text{Sea: } \begin{cases} x = \text{"nº de librerías de 1 estante"} \\ y = \text{"nº de librería de 3 estantes"} \end{cases}$$

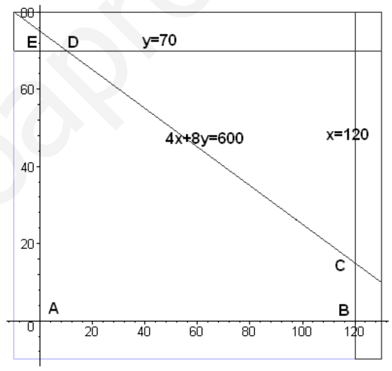
entonces:

$$\text{maximizar } \; f(x,y) = 20x + 35y$$

$$\text{sujeto a } \begin{cases} 4x + 8y \le 600 \\ x \le 120 \\ y \le 70 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

cuyas soluciones factibles son:





$A = (0,0)$; $B = (120,0)$; $C = (120,15)$;$D = (10,70)$ y $E = (0,70)$

y

$f(A) = 0$; $f(B) = 2400$; $f(C) = 2925$; $f(D) = 2650$ y $f(E) = 2450$

luego la mejor opción es fabricar 120 librerías de un estante y 15 librerías de tres.

5º,.El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función $B(x) = -0,01x^2 + 3,6x - 180$

a) Determinar los kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo
b) Determinar los kilogramos que hay que producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

Solución:

a)

$B'(x) = -0,02x + 3,6 \Rightarrow$ que se anula para $x = 180$; como $B''(180) < 0$ se trata de un máximo; luego hay que producir 180 kg para obtener un beneficio máximo

b)

La empresa empezará a tener pérdidas cuando los beneficios sean negativos, es decir:

$$-0,01x^2 + 3,6x - 180 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x < 60 \\ x > 300 \end{cases}$$

Luego la empresa sólo tiene beneficios si produce entre 60 y 300 k de artículo

6º.-El volumen de producción diario en tres fábricas diferentes de un misma empresa es de 10 unidades en la primera fábrica, 15 unidades en la segunda y 25 unidades en la tercera. Por ciertos desajustes, algunas unidades salen defectuosas. En concreto el 1% de las unidades producidas en la primera fábrica, el 1% en la segunda y el 3% en la tercera:

a) ¿Qué proporción de unidades son correctas?
b) Si se tiene una unidad defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la tercera fábrica?

Solución:

a)

$$P(\overline{D}) = \frac{10}{50} \cdot 0,99 + \frac{15}{50} \cdot 0,99 + \frac{25}{50} \cdot 0,97 = 0,98 \Leftrightarrow 98\%$$

b)

$$P(C \mid D) = \frac{P(C) \cdot P(D \mid C)}{P(D)} = \frac{\frac{25}{50} \cdot 0,03}{0,02} = 0,75 \Leftrightarrow 75\%$$