Problema 1 Discutir la existencia de soluciones del siguiente sistema según valores del parámetro α . Resolver, si es posible, para $\alpha = 10$.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = \alpha \end{cases}$$

Problema 2 Nos dan los vectores: $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (0, 2, -1)$, $\vec{c} = (2, 0, 0)$ hallar:

1. valor absoluto de producto mixto de $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ y dar su significado geométrico.
2. Ángulo que forman $\vec{b}$ y $\vec{c}$
3. Razonar si $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ forman base y, en caso afirmativo, hallar las coordenadas de $(1, -2, 0)$ en dicha base.

Problema 3 Hallar la distancia del punto $P(1, 2, 3)$ a la recta r de ecuaciones

$$r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 6 - \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$$

determinando el punto de la recta que diste menos de P .

Problema 4 Hallar el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a $F(2, 0)$ y $F'(-1, 0)$ es igual a 1. ¿De qué tipo de cónica se trata?. Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en los vértices.

Problema 5 Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$
Se pide:

1. Dominio, asíntotas y posición de la curva respecto a éstas.
2. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos.
3. Concavidad y convexidad
4. Dibujar la gráfica a partir de los resultados anteriores.

Problema 6 Calcular:

$$I = \int \frac{x^2 + 4}{x^2 - 5x + 4} dx$$

Problema 7 Dibujar el recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = \frac{1}{x^2}$, $y = x$ e $y = 8x$. Hallar el área de ese recinto.