**Problema 1** Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^4-5x^2-4x+2}{4x^5-5x+1}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 9} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x+11}}{x-9}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{2x^2+7x+5})$

4. Calcular $n$ sabiendo que $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{x^2-x+2}{x^2-6}\right)^{3nx} = 5$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\ln(1+\sin x)}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{x\arctan x+e^x-1}{e^x+x-1}$

**Solución:**

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^4-5x^2-4x+2}{4x^5-5x+1} = \dfrac{14}{15}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 9} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x+11}}{x-9} = \dfrac{5\sqrt{83}}{83}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{2x^2+7x+5}) = -\dfrac{7\sqrt{2}}{4}$

4. Calcular $n$ sabiendo que

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{x^2-x+2}{x^2-6}\right)^{3nx} = 5 \Longrightarrow n = -\frac{\ln 5}{3}$$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\ln(1+\sin x)} = 0$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{x\arctan x+e^x-1}{e^x+x-1} = \dfrac{1}{2}$

**Problema 2** Calcular las rectas tangente y normal en los sigientes casos:

1. a la función $f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x+5}$ en el punto de abcisa $x=3$.

2. a la función $f(x) = 3x^2e^{x-1}$ en el punto de abcisa $x = 1$.

3. En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+5}$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = -3x - 11$.

**Solución:**

1. $f(3) = \dfrac{11}{8}$, $f'(x) = \dfrac{x^2+10x+6}{(x+5)^2} \Longrightarrow m = f'(3) = \dfrac{45}{64}$:

$$\text{Recta tangente} : y - \frac{11}{8} = \frac{45}{64}(x-3)$$

$$\text{Recta normal} : y - \frac{11}{8} = -\frac{64}{45}(x-3)$$

2. $f(1) = 3$, $f'(x) = 3xe^{x-1}(x+2) \Longrightarrow m = f'(1) = 9$:

$$\text{Recta tangente} : y - 3 = 9(x-1)$$

$$\text{Recta normal} : y - 3 = -\frac{1}{9}(x-1)$$

3. $m = f'(a) = -3$:

$$f'(x) = \frac{x^2+10x+1}{(x+5)^2} \Longrightarrow m = f'(a) = \frac{a^2+10a+1}{(a+5)^2} = -3 \Longrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} a = -2,55 \Longrightarrow b = f(-2,55) = 2,25 \Longrightarrow y - 2,25 = -3(x+2,55) \\ a = -7,5 \Longrightarrow b = f(-7,5) = -22,25 \Longrightarrow y + 22,25 = -3(x+7,5) \end{array}\right.$$

**Problema 3** Calcular las siguientes integrales

1. Sabiendo que $f'(x) = 9x^2 - 5e^x$ encontrar la función primitiva que pasa por el punto $(0,5)$

2. $\displaystyle\int \left(x^2 - \frac{5}{1+x^2} + 7\cos x\right) dx$

3. $\displaystyle\int \left(\frac{7x^3 - 5\sqrt[5]{x^2} + 3x}{x^2}\right) dx$

**Solución:**

1. $f(x) = 3x^3 - 5e^x + C$ como $f(0) = 5 \Longrightarrow -5 + C = 5 \Longrightarrow C = 10$ luego $f(x) = 3x^3 - 5e^x + 10$.

2. $\displaystyle\int \left(x^2 - \frac{5}{1+x^2} + 7\cos x\right) dx = \frac{x^3}{3} - 5\arctan x + 7\sin x + C$

3. $\displaystyle\int \left(\frac{7x^3 - 5\sqrt[5]{x^2} + 3x}{x^2}\right) dx = \frac{7x^2}{2} + \frac{25x^{-3/5}}{3} + 3\ln|x| + C$