Integral definida:

1. Enunciar la regla de Barrow. Calcular: $\int_1^3 |x|dx$ *(Soluc: 4)*

2. Calcular: $\int_0^1 x\sqrt{a^2+b^2x^2}\,dx$ $\left(Soluc: \dfrac{\sqrt{(a^2+b^2)^3}-a^3}{3b^2}\right)$

3. Calcular: $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x\,\mathrm{sen}x^2\,dx$ *(Soluc: 1/2)*

4. Calcular: $\int_0^1 x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$ *(Soluc: π/4−1/2)*

5. Calcular: $\int_0^1 (x^2+1)e^{-2x}\,dx$ $\left(Soluc: \dfrac{3}{4}-\dfrac{7}{4e^2}\right)$

6. Calcular: $\int_0^1 \dfrac{dx}{(x+1)(x+2)}$ $\left(Soluc: \ln\dfrac{4}{3}\right)$

7. Calcular: $\int_0^1 \dfrac{dx}{x^3+1}$ $\left(Soluc: \ln\sqrt[3]{2}+\dfrac{\pi\sqrt{3}}{9}\right)$

8. Hallar el valor de $\int_{-\pi}^{\pi} x^2\,\mathrm{sen}\,x\,dx$ sin necesidad de integrar, **razonadamente**. *(Soluc: 0)*

9. Sean: $a=\int_0^{\pi/2} x\,\mathrm{sen}^2x\,dx$ $b=\int_0^{\pi/2} x\cos^2x\,dx$

   Calcular **a+b** y **a−b** y obtener los valores de **a** y **b**. *(Soluc: a=(π²+4)/16; b=(π²-4)/16)*

Área bajo una curva:

10. Calcular el área limitada por la curva $y=\dfrac{1}{x^2+4}$, las rectas x=2, $x=2\sqrt{3}$ y el eje x. *(Soluc: π/24 u²)*

11. Hallar los valores de a, b y c en el polinomio $P(x)=ax^2+bx+c$ de forma que P(1)=4, P'(1)=8 y P(2)+15P(0)=0 Representar la función y calcular el área finita comprendida entre la curva y el eje x.
    (Soluc: P(x)=3x²+2x−1; 32/27 u²)

12. Calcular el área limitada por la curva $y=\ln^2 x$, las rectas x=1, $x=e^2$ y el eje x. *(Soluc: 2e²−2 u²)*

13. Calcular el área limitada por la curva $y=\sqrt{1-x^2}$ y las rectas y=0, x=0, $x=\sqrt{2}/2$. *(Soluc: (π+2)/8 u²)*

14. Calcular el área comprendida entre la curva $y=\dfrac{1}{1+x^2}$, el eje x y las rectas verticales que pasan por los

puntos de inflexión de dicha curva. *(Soluc: $\pi/3$ u^2)*

15. Dada la función $y=\dfrac{x}{x^2+2}$, calcular el área encerrada por la curva, el eje x y las rectas perpendiculares al eje x que pasan por el máximo y el mínimo de la función dada. *(Soluc: Ln2 u^2)*

16. Considerar la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } -2\le x<0 \\ 2x & \text{si } \quad 0\le x<2 \\ 10-3x & \text{si } \quad 2<x\le 4 \end{cases}$. Representarla y calcular las siguientes integrales:

a) $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$ **b)** $\int_{1}^{4} f(x)\,dx$ **c)** $\int_{-2}^{4} f(x)\,dx$

17. Considérese la función

$$f(t)=\begin{cases} t^2 & \text{si } 0\le t\le 1 \\ 1 & \text{si } \ 1\le t\le 2 \end{cases}$$

y sea $F(x)=\int_{1}^{x} f(t)\,dt \qquad 1\le x\le 2$

a) Hallar una expresión explícita para F(x) *(Soluc: F(x)=x-1)*

b) Dibujar F(x)

■ Área entre dos curvas:

18. Calcular el área encerrada entre las gráficas de las líneas y=x, y=x(6−x) *(Soluc: 125/6 u^2)*

19. Hallar el área de la región comprendida entre las parábolas $y=x^2$, $y=-2x^2+3$ *(Soluc: 4 u^2)*

20. Dibujar la curva $y=x^2-3x-10$, y calcular el área del recinto limitado por esta curva y la recta y=2x−4 *(Soluc: 343/6 u^2)*

21. Hallar el área de la región limitada, para x>0, por $y=x^3$ y la recta y=8x *(Soluc: 16 u^2)*

22. Calcula el área comprendida entre las curvas $f(x)=x^4+5x^3-7x^2+2x-1$ y $g(x)=x^4+4x^3-8x^2+4x-1$, sin necesidad de representarlas. *(Soluc. 37/12 u^2)*

23. Sean $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{2}}$ y $g(x)=|1-x|$. **a)** Dibujar sus gráficas en los mismos ejes y hallar sus puntos de intersección. **b)** Determinar el área del recinto encerrado entre ambas gráficas. *(Soluc. 13/24 u^2)*

24. Calcular el área de la región del semiplano *$y\geq 0$* limitada por la curva y=Ln x, su tangente en x=1 y la recta x=3. *(Soluc: la tangente es y=x−1; el área es 4−3Ln3 u^2)*

25. Calcular el área de la región encerrada entre $y=x^2$ e $y=\sqrt{x}$ *(Soluc: 1/3 u^2)*

26. Calcular el área de la región encerrada entre $y=x^3$ e $y=\sqrt[3]{x}$ *(Soluc: 1 u^2)*

27. Hallar el área de la región acotada del plano limitada por las parábolas *$y=x^2-x$, $y^2=2x$.* *(Soluc: 2 u^2)*

28. Calcular el área de la región situada entre la recta $x=1$ y las curvas $y=x^2$ e $y=8/x$ *(Soluc: $8Ln2-7/3\ u^2$)*

29. Hallar el área del recinto acotado por las curvas $y=x^3$, $y=16/x$ y la recta $x=1$ *(Soluc: $16\ln 2-15/4\ u^2$)*

30. Calcular el área del recinto limitado por la curva $y=e^{3x}$ y la cuerda de la curva que une el punto de abscisa $x=0$ con el de abscisa $x=1$ *(Soluc: $(e^3+5)/6\ u^2$)*

31. Sea $a>0$. Hallar, en función de a, el área limitada por la parábola $y=x^2$ y la recta $y=ax$ *(Soluc: $a^3/6\ u^2$)*

32. Se considera la función $y=\frac{2x^2}{9-x^2}$

a) Dibujar su gráfica indicando su dominio de definición.

b) Calcular el área de la región acotada limitada por la curva anterior y la recta *$y=1$* *(Soluc: $6[\sqrt{3}+\ln(2-\sqrt{3})]\ u^2$)*

33. Hallar el área de las regiones comprendidas entre la curva $y=x^2$ y las rectas $y=x$, $x=0$, $x=2$ *(Soluc: $1\ u^2$)*

34. Calcular el área de la región limitada por las curvas $y=x^2$ e $y=x^{1/3}$, entre $x=-1$ y $x=1$ *(Soluc: $3/2\ u^2$)*

Ejercicios con varios recintos (más elaborados):

35. Calcular el área del recinto limitado por las rectas $y=x$, $y=2x$ y la parábola $y=x^2$ *(Soluc: $7/6\ u^2$)*

36. Calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)=\text{Ln } x$, el eje x y la recta tangente a dicha gráfica en el punto $x=e$. *(Soluc: $(e-2)/2\ u^2$)*

37. Se considera la función $y=x^{3/2}$

a) Dibujar la gráfica.

b) Calcular la recta tangente en $x=1$ a la gráfica dibujada y calcular el área limitada por dicha gráfica, la tangente y el eje x. *(Soluc: tangente: $3x-2y-1=0$; área$=1/15\ u^2$)*

38. Hallar el área limitada por la curva $x=16-y^2$ y el eje y *(Soluc: $256/3\ u^2$)*

39. Hallar el valor de la constante **b** para que la función $f(x)=x^3-2x^2+bx$ tenga por tangente en el origen a la bisectriz del primer cuadrante. Calcular entonces el área de la región limitada por esa tangente y la gráfica de f. *(Soluc: $b=1$; $4/3\ u^2$)*

40. Hallar el valor del parámetro **a** para que el área limitada por las gráficas de las funciones $f_1(x)=\sqrt{ax}$ y $f_2(x)=x^2/a$ en el primer cuadrante sea igual a tres unidades. *(Soluc: $a=3$)*

41. Sabiendo que el área comprendida entre la curva $y=\sqrt{x}$ y la recta $y=bx$ es 1, calcular el valor de **b**. *(Soluc: $b=1/\sqrt[3]{3}$)*

42. Calcular el valor de **a** sabiendo que el área comprendida entre la parábola $y=x^2+ax$ y la recta $y+x=0$ es 36 *(Soluc: $a=5$)*