

**Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS**  
**Junio 2015**

---

---

**Problema 1** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x + 5}{-2x^3 - 5}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 1} \right)^{2x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{36x^2 - 5x + 2}}{-x^2 + x - 2}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 3x + 1}{3x^3 - 2x^2 - 4x + 3}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{6x + 5}}{x - 7}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x + 5}{-2x^3 - 5} = -\frac{5}{2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 1} \right)^{2x} = e^{-2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{36x^2 - 5x + 2}}{-x^2 + x - 2} = 0$
4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 3x + 1}{3x^3 - 2x^2 - 4x + 3} = 18$
5.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{6x + 5}}{x - 7} = \frac{4\sqrt{47}}{47}$

**Problema 2** Calcular las siguientes derivadas:

1.  $y = e^{2x^3 - x^2 - 5x + 1}$
2.  $y = \ln(8x^5 - 1)$
3.  $y = (x^2 - x - 2)^{12}$
4.  $y = (x^2 + 2x + 1)(x^3 - 5x^2 - 3)$
5.  $y = \frac{7x^2 + x + 1}{7x - 1}$

6.  $y = x^3 \ln x$

**Solución:**

1.  $y = e^{2x^3-x^2-5x+1} \implies y' = (6x^2 - 2x - 5)e^{2x^3-x^2-5x+1}$

2.  $y = \ln(8x^5 - 1) \implies y' = \frac{40x^4}{8x^5 - 1}$

3.  $y = (x^2 - x - 2)^{12} \implies y' = 12(x^2 - x - 2)^{11}(2x - 1)$

4.  $y = (x^2 + 2x + 1)(x^3 - 5x^2 - 3) \implies y' = (2x + 2)(x^3 - 5x^2 - 3) + (x^2 + 2x + 1)(3x^2 - 10x)$

5.  $y = \frac{7x^2 + x + 1}{7x - 1} \implies y' = \frac{(14x + 1)(7x - 1) - (7x^2 + x + 1)7}{(7x - 1)^2}$

6.  $y = x^3 \ln x \implies y' = 3x^2 \ln x + x^3 \frac{1}{x}$

**Problema 3** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = \frac{5x^2 - 1}{x^2 + 3}$  en el punto  $x = 1$ .

2.  $f(x) = \frac{3x + 2}{x - 5}$  en el punto  $x = 0$ .

**Solución:**

1.  $b = f(a) \implies b = f(1) = 1$  e  $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{32x}{(x^2 + 3)^2} \implies m = f'(1) = 2$$

Recta Tangente:  $y - 1 = 2(x - 1)$

Recta Normal:  $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

2.  $b = f(a) \implies b = f(0) = -\frac{2}{5}$  e  $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{17}{(x - 5)^2} \implies m = f'(0) = -\frac{17}{25}$$

Recta Tangente:  $y + \frac{2}{5} = -\frac{17}{25}x$

Recta Normal:  $y + \frac{2}{5} = \frac{25}{17}x$

**Problema 4** Calcular las siguientes integrales:

$$1. \int \left( \frac{2x^2 - 5\sqrt[4]{x} + 1}{x} - 7e^x \right) dx$$

$$2. \int 3xe^{4x^2-8} dx$$

$$3. \int 5x(3x^2 - 2)^{18} dx$$

$$4. \int \frac{4x}{3x^2 - 2} dx$$

**Solución:**

$$1. \int \left( \frac{2x^2 - 5\sqrt[4]{x} + 1}{x} - 7e^x \right) dx = x^2 - 20x^{1/4} + \ln|x| - 7e^x + C$$

$$2. \int 3xe^{4x^2-8} dx = \frac{3}{8}e^{4x^2-8} + C$$

$$3. \int 5x(3x^2 - 2)^{18} dx = \frac{5(3x^2 - 2)^{19}}{114}$$

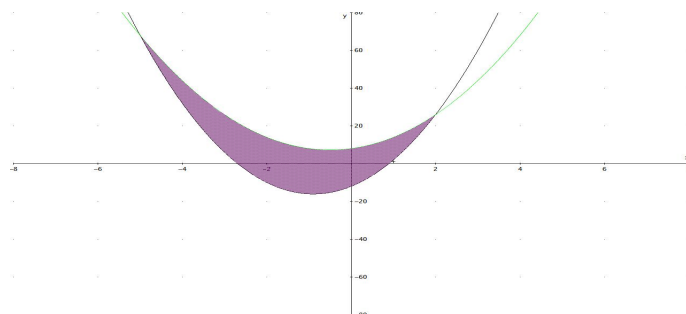
$$4. \int \frac{4x}{3x^2 - 2} dx = \frac{2}{3} \ln|3x^2 - 2| + C$$

**Problema 5** Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones  $f(x) = 5x^2 + 9x - 12$  y  $g(x) = 3x^2 + 3x + 8$ . **Solución:**

$$f(x) = g(x) \implies 5x^2 + 9x - 12 = 3x^2 + 3x + 8 \implies x = -5, x = 2$$

$$F(x) = \int (f(x) - g(x)) dx = \int (2x^2 + 6x - 20) dx = \frac{2x^3}{3} + 3x^2 - 20x$$

$$S_1 = \int_{-5}^2 (f(x) - g(x)) dx = F(2) - f(-5) = -\frac{343}{3} u^2$$



**Problema 6** Calcular el área encerrada por la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$  el eje  $OX$  y las rectas  $x = 0$  y  $x = 3$ . **Solución:**

$$f(x) = 0 \implies x^3 + 3x^2 - 10x = 0 \implies x = 0, \quad x = -5, \quad x = 2$$

Luego tenemos dos áreas.  $S_1$  en  $[0, 2]$  y  $S_2$  en  $[2, 3]$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 + 3x^2 - 10x) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 5x^2$$

$$S_1 = \int_0^2 f(x) dx = F(2) - f(0) = -8 \quad S_2 = \int_2^3 f(x) dx = F(3) - f(2) = \frac{41}{4}$$

$$S = |S_1| + |S_2| = |-8| + \left| \frac{41}{4} \right| = \frac{73}{4} u^2$$

