

**Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato**  
**Febrero 2005**

---

---

**Problema 1** Calcular el dominio de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x + 1}$

2.  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{\sqrt{x - 1}}$

**Solución:**

1.  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x + 1} \implies \text{Dom } f = (-\infty, -1) \cup [3, \infty)$

2.  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{\sqrt{x - 1}} \implies \text{Dom } f = (1, \infty)$

**Problema 2** Dadas las funciones  $f(x) = \frac{1}{x + 3}$  y  $g(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ , calcular:  
 $f \circ g$ ,  $g \circ f$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

**Solución:**

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x^2 + 5}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5} + 3}$$

$$(g \circ f)(x) = g\left(\frac{1}{x + 3}\right) = \sqrt{\frac{1}{(x + 3)^2} + 5}$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{x + 3}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x + 3} + 3} = \frac{x + 3}{3x + 10}$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(\sqrt{x^2 + 5}) = \sqrt{(\sqrt{x^2 + 5})^2 + 5} = \sqrt{x^2 + 10}$$

**Problema 3** Dada la función  $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 1}$ , calcular la función inversa.

**Solución:**

$$y = \frac{2x + 3}{x + 1} \implies yx + y = 2x + 3 \implies yx - 2x = 3 - y \implies$$

$$(y - 2)x = 3 - y \implies x = \frac{3 - y}{y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3 - x}{x - 2}$$

**Problema 4** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - x^4 - 3x^2 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 2x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x^2 - 21}}{x - 5}$$

**Solución:**

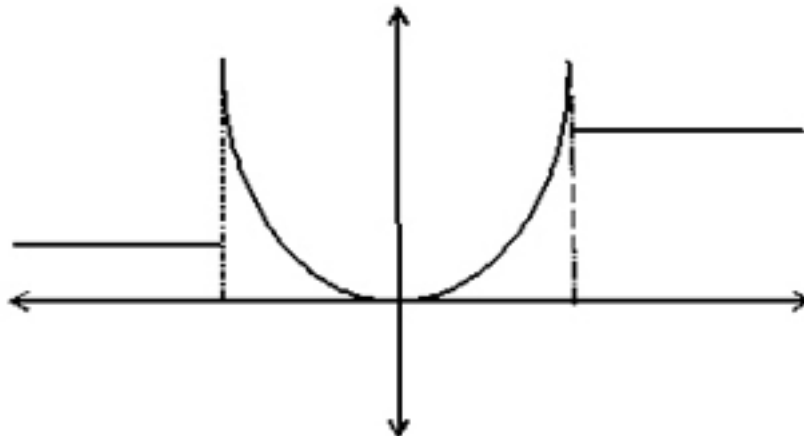
$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - x^4 - 3x^2 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 2x - 2} = -1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x^2 - 21}}{x - 5} = -\frac{5}{2}$$

**Problema 5** Dibujar la siguiente función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

**Solución:**



**Problema 6** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x}$$

Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Dibujar la gráfica de la función.

**Solución:**

1.  $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{0\}$
2. Si hacemos  $x = 0 \implies$  no hay corte con el eje  $OY$ . Y si hacemos  $f(x) = 0 \implies (3, 0)$  y  $(-3, 0)$
- 3.

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 9}{(-x)} = -\frac{x^2 - 9}{x}$$

La función es impar.

4.
  - **Verticales:**  $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 9}{x} = \left[ \frac{-9}{0^+} \right] = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 9}{x} = \left[ \frac{-9}{0^-} \right] = \infty$$

- **Horizontales:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x} = \infty \implies \text{No Hay}$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 9}{x} - x \right) = 0$$

$y = x$

