

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

## Junio 2013

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies 2x^2 - 8 = 0 \implies (2, 0), (-2, 0)$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 8 \implies (0, 8)$ .

c)

	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
signo	+	-	+	-	+

- $f(-x) = f(x) \implies \text{PAR}$ .
- Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 1$  ya que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-6}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-6}{0^+} \right] = -\infty$$

$$x = -1 \text{ ya que } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-6}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-6}{0^-} \right] = +\infty$$

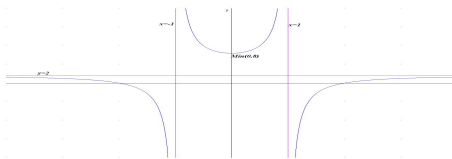
- **Horizontales:**  $y = 2$  ya que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = 2$
- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)  $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \implies x = 0:$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	decreciente	creciente

La función es creciente en los intervalos  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$  y decreciente en  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ , presenta un mínimo en el punto  $(0, 8)$

g) Representación:



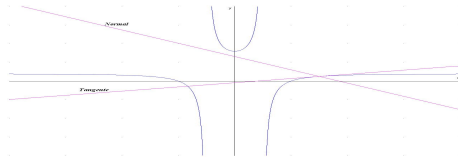
h) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ :

Como  $f(3) = 5/4$  las rectas pasan por el punto  $(3, 5/4)$ .

Como  $m = f'(3) = \frac{9}{16}$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{5}{4} = \frac{9}{16}(x - 3)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{5}{4} = -\frac{16}{9}(x - 3)$$



**Problema 2** Calcular las siguientes integrales

$$\text{a) } \int \frac{7x^3 - 3x^2 + 6}{x} dx = \frac{7x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 6 \ln|x| + C$$

$$\text{b) } \int \left( \frac{4x^3 - 3x^2 - 5}{x^3} - 5e^x \right) dx = 4x - 3 \ln|x| + \frac{5x^{-2}}{2} - 5e^x + C$$

$$\text{c) } \int \left( \frac{6x^3 + \sqrt[5]{x^2} + 3x^2}{x^3} - 9e^x \right) dx = 6x - \frac{5x^{-8/5}}{8} + 3 \ln|x| - 9e^x + C$$