

**Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)**  
**Mayo 2013**

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3}$$

Se pide:

- a) Calcular sus asíntotas.
- b) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- c) Representación gráfica.
- d) Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Solución:**

a) Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = -3$  ya que  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[ \frac{8}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[ \frac{8}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 3x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} - x \right) = -6$$

$y = x$

b)  $f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{(x + 3)^2} = 0 \implies x = -0,17, x = -5,83$

	$(-\infty; -5,83)$	$(-5,83; -0,17)$	$(-0,17; +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

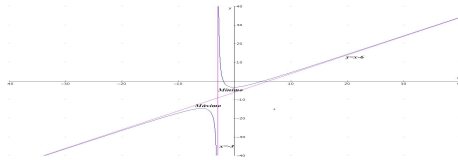
La función es creciente en:  $(-\infty; -5,83) \cup (-0,17; +\infty)$

La función es decreciente en:  $(-5,83; -0,17)$

La función tiene un máximo en:  $(-5,83; -14,67)$

La función tiene un mínimo en:  $(-0,17; -3,43)$

c) Representación:



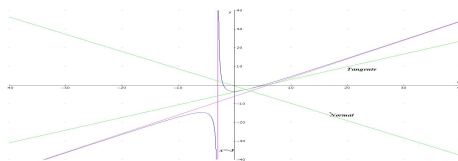
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ :

Como  $f(2) = -12/5$  las rectas pasan por el punto  $(2, -12/5)$ .

Como  $m = f'(2) = 17/25$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{12}{5} = \frac{17}{25}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{12}{5} = -\frac{25}{17}(x - 2)$$



**Problema 2** Calcular las siguientes integrales

a)  $\int (5x^7 - 2x^3 - 3) dx$

b)  $\int \frac{3x^3 + 5x^2 - 4}{x} dx$

$$\text{c) } \int \left( \frac{5x^2 - 3x + 2}{x^3} - 7e^x \right) dx$$

$$\text{d) } \int \left( \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2} - 6e^x \right) dx$$

$$\text{e) } \int \left( \frac{2x^5 + \sqrt[5]{x^4} - 3x^2}{x^3} - 3e^x \right) dx$$

**Solución:**

$$\text{a) } \int (5x^7 - 2x^3 - 3) dx = \frac{5x^8}{8} - \frac{x^4}{2} - 3x + C$$

$$\text{b) } \int \frac{3x^3 + 5x^2 - 4}{x} dx = x^3 + \frac{5x^2}{2} - 4 \ln|x| + C$$

$$\text{c) } \int \left( \frac{5x^2 - 3x + 2}{x^3} - 7e^x \right) dx = \frac{3}{x} - x^{-2} + 5 \ln|x| - 7e^x + C$$

$$\text{d) } \int \left( \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2} - 6e^x \right) dx = 3x - \frac{1}{x} - 5 \ln|x| - 6e^x + C$$

$$\text{e) } \int \left( \frac{2x^5 + \sqrt[5]{x^4} - 3x^2}{x^3} - 3e^x \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^{-3/4}}{3} - 3 \ln|x| - 3e^x + C$$