

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Abril 2013

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{5x^2}{x-5}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{5\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies 5x^2 = 0 \implies (0, 0)$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .

c)

	$(-\infty, 5)$	$(5, +\infty)$
signo	-	+

d)  $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  No hay simetría.

e) Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2}{x-5} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{5x^2}{x-5} = \left[ \frac{125}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{5x^2}{x-5} = \left[ \frac{125}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x-5} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^2 - 5x} = 5$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2}{x-5} - 5x \right) = 25$$

$$y = 5x + 25$$

f)

$$f'(x) = \frac{5x(x-10)}{(x-5)^2} = 0 \implies x = 0, \quad x = 10$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 10)$	$(10, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

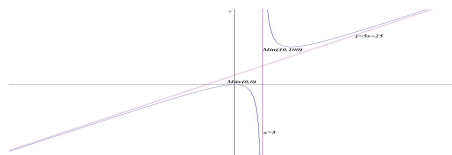
La función es creciente en:  $(-\infty, 0) \cup (10, +\infty)$

La función es decreciente en:  $(0, 5) \cup (5, 10)$

La función tiene un máximo en:  $(0, 0)$

La función tiene un mínimo en:  $(10, 100)$

g) Representación:



- h) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ :

Como  $f(3) = -45/2$  las rectas pasan por el punto  $(3, -45/2)$ .

Como  $m = f'(3) = -105/4$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{45}{2} = -\frac{105}{4}(x - 3)$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{45}{2} = \frac{4}{105}(x - 3)$$

