

**Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)**  
**Marzo 2014**

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{4x}{(x-2)^2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Estudiar su curvatura y sus puntos de inflexión.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Solución:**

- a) Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$
- b) Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies 4x = 0 \implies (0, 0)$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .
- c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

- d)  $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  No hay simetría.
- e) Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x}{(x-2)^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x}{(x-2)^2} = \left[ \frac{8}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x}{(x-2)^2} = \left[ \frac{8}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:**  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{(x-2)^2} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales

f)

$$f'(x) = -\frac{4(x+2)}{(x-2)^3} = 0 \implies x = -2$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

La función es decreciente en:  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

La función es creciente en:  $(-2, 2)$

La función tiene un mínimo en:  $(-2, -1/2)$

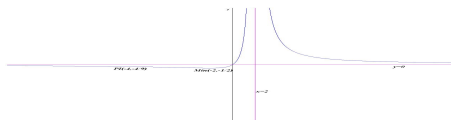
g)

$$f''(x) = \frac{8(x+4)}{(x-2)^4} = 0 \implies x = -4$$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, +\infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

La función  $f$  es convexa en el intervalo  $(-\infty, -4)$  y cóncava en el intervalo  $(-4, 2) \cup (2, \infty)$ . Tendría un punto de inflexión en  $(-4, -4/9)$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ :

Como  $f(1) = 4$  las rectas pasan por el punto  $(1, 4)$ .

Como  $m = f'(1) = 12$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 4 = 12(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y - 4 = -\frac{1}{12}(x - 1)$$

