Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2004

Problema 1 *(2 puntos)*Dados los intervalos $A = (-3, 1]$, $B = (-\infty, 3)$ y $C = [3, 9)$. Calcular:

1. $A \cup B$ y $A \cap B$
2. $A \cup C$ y $A \cap C$
3. $B \cup C$ y $B \cap C$

Solución:

1. $A \cup B = (-\infty, 3)$ y $A \cap B = (-3, 1]$
2. $A \cup C = (-3, 1] \cup [3, 9)$ y $A \cap C = \phi$
3. $B \cup C = (-\infty, 9)$ y $B \cap C = \phi$

Problema 2 *(2 puntos)*Simplificar al máximo las siguientes expresiones:

$$\text{a)}\sqrt{18}\sqrt{\frac{45}{10}}, \quad \text{b)}\sqrt{98} - 2\sqrt{18}, \quad \text{c)}\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}, \quad \text{d)}\sqrt{\frac{30}{45}}\sqrt{\frac{12}{10}}$$

$$\text{e)}\sqrt{147} - 2\sqrt{243}, \quad \text{f)}\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$$

Solución:

$$\text{a)}\sqrt{18}\sqrt{\frac{45}{10}} = 9, \quad \text{b)}\sqrt{98} - 2\sqrt{18} = \sqrt{2}, \quad \text{c)}\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + 3}{4},$$

$$\text{d)}\sqrt{\frac{30}{45}}\sqrt{\frac{12}{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad \text{e)}\sqrt{147} - 2\sqrt{243} = -11\sqrt{3}, \quad \text{f)}\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1} = \frac{4 - \sqrt{2}}{7}$$

Problema 3 *(2 puntos)*Simplificar

$$\text{a)}\sqrt[3]{a^2}\sqrt{a}, \quad \text{b)}\frac{\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x}}, \quad \text{c)}\sqrt[4]{3}\sqrt{3^4}, \quad \text{d)}\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}, \quad \text{e)}\sqrt[5]{x^2}\sqrt[3]{x^2}, \quad \text{f)}\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$$

Solución:

$$\text{a)}\sqrt[3]{a^2}\sqrt{a} = a\sqrt[6]{a}, \quad \text{b)}\frac{\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x^3}, \quad \text{c)}\sqrt[4]{3}\sqrt{3^4} = 9\sqrt[4]{3}, \quad \text{d)}\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[6]{a^5},$$

$$\text{e)}\sqrt[5]{x^2}\sqrt[3]{x^2} = x\sqrt[15]{x}, \quad \text{f)}\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$$

Problema 4 *(2 puntos)*Resolver los siguientes límites:

1. a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}(-3x^2+x-1)$ b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{3x^2+1}{4x^3+2}$ c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{2x^6+x-1}{3x^6-x+1}$

   d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{-x^4+x^2-1}{3x^3+1}$

2. a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{3x-1}{x+2}\right)^{2x}$ b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}$ c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+1}{2x^2-1}\right)^{x^2}$

   d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{3x^2+2}{3x^2}\right)^{x^2}$

Solución:

1. a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}(-3x^2+x-1)=-\infty$, b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{3x^2+1}{4x^3+2}=0$,

   c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{2x^6+x-1}{3x^6-x+1}=\frac{2}{3}$, d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{-x^4+x^2-1}{3x^3+1}=-\infty$

2. a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{3x-1}{x+2}\right)^{2x}=3^{\infty}=\infty$

   b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}=(1^{\infty})=e^{\lambda}=e^2$

   $\lambda=\lim_{x\longrightarrow\infty}x\left(\frac{x+1}{x-1}-1\right)=2$

   c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+1}{2x^2-1}\right)^{x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\infty}=0$

   d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{3x^2+2}{3x^2}\right)^{x^2}=(1)^{\infty}=e^{\lambda}$

   $\lambda=\lim_{x\longrightarrow\infty}x^2\left(\frac{3x^2+2}{3x^2}-1\right)=\frac{2}{3}$

Problema 5 *(2 puntos)*

1. $\log(3x-1)-\log(2x+3)=-\log 25+1$
2. $\log x=1+\log(22-x)$

Solución:

1. $\log(3x-1)-\log(2x+3)=-\log 25+1\Longrightarrow\log\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right)=\log\left(\frac{10}{25}\right)$

   $\frac{3x-1}{2x+3}=\frac{10}{25}\Longrightarrow 55x=55\Longrightarrow x=1$

2. $\log x = 1 + \log(22 - x) \Longrightarrow \log x = \log 10(22 - x) \Longrightarrow x = 220 - 20x \Longrightarrow$

$\Longrightarrow x = 20$