Relación de orden y recta real. Operaciones

1. Calcula las potencias:

a) 3^{-3}, $(-3)^3$, $(-3)^{-3}$, -3^{-3} b) $(1/3)^{-3}$, $(-1/3)^3$, $-(-1/3)^{-3}$ c) $3^{-1} - (1/3)^{-1}$

[sol] a) $\frac{1}{27}$; -27 ; $-\frac{1}{27}$ (b) 27; $\frac{-1}{27}$; 27

2. Simplifica y no dejes exponentes negativos: a) $\left(8a^{-1}b^2\right)^{-2}$ b) $\frac{(a^{-1})^2(-b)^3}{(-ab)^{-2}}$ c) $\frac{(-a)^{-3}(2b)^{-1}}{4ab^{-3}}$

[sol] a) $\frac{a^2}{8^2b^4}$ (b) $-b^5$ (c) $-\frac{b^2}{8a^4}$

3. Simplifica y da el resultado en forma radical: a) $5a^{1/3}2a^{1/2}$ b) $(16a^{-2/3}b^{2/3})^{1/2}$

[sol] a) $10\sqrt[6]{a^5}$ b) $4\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$

4. Los lados de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 1, ¿tienen medida racional o irracional? [sol] Irracional

5. Ordena de menor a mayor y representa en la recta real los siguientes números:

a) –0,75 b) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{23}{20}$ e) $-\frac{\sqrt{0{,}0256}}{2}$

[sol] $-0{,}75 < -\frac{\sqrt{0{,}0256}}{2} < \frac{23}{20} < \sqrt{\frac{9}{4}} < \sqrt{3}$

6. Escribe en forma de intervalo y representa en la recta real, los conjuntos:

(a) A = {x ∈ **R** | x < –1} b) B = {x ∈ **R** | x < ½ y x ≥ –0,5}

c) C = {x∈ **R** | x ≤ 1 y x > 3} d) D = {x∈ **R** | –2,5 ≤ x < 1,2}

[sol] a) (–∞, –1) b) [–1/2, ½) c) ∅ d) [–5/2, 6/5)

7. Escribe la desigualdad que cumplen los números que pertenecen a los intervalos:

a) (–∞, 2] b) [2, 5] c) (–1, 3) ∪ [0, ∞) d) [0, 3) ∩ (–1, 1]

[sol] a) {x, x ≤ 2} b) {x, 2 ≤ x ≤ 5} c) {x, –1< x ≤ ∞} d) {x, 0 ≤ x≤ 1}

8. Escribe en forma de desigualdad y de intervalo los números que verifican:

a) $|x| \le 3$ b) $|x| \ge 3$ c) $|x-1| \le 0$

[sol] a) [–3, 3] b) (–∞, –3] ∪ [3, ∞) c) {1}

9. Encuentra los intervalos unión e intersección de:

(a) I = {x ∈ **R**, | x + 1 | < 1} y J = [–1 ,2)

(b) K = {x∈ **R**, $|x-1| \ge 2$} y L = {x, $|x+2| \le 2$}

[sol] a) I ∪ J = (–2, 2); I∩J = [–1, 0). b) (–∞, 0] ∪ [3, ∞) ∪ [–4, 0]**;** [–4, –1]

10. Halla y representa en la recta real los números que distan de –1 menos de 2 unidades

[sol] (–3, 1)

Tipo II. Notación científica. Números aproximados.

11. Redondea milésimas: –0,0996; 56,4444; 1,897645

[sol] –0,1; 56,444; 1,898

12. Expresa en notación científica los siguientes números indicando su orden de magnitud:

a) $1.234\cdot 10^5$ b) 0,0000000067012 c) $0{,}00763\cdot 10^6$ d) $-527{,}05\cdot 10^{-3}$

[sol] a) 8 b) –9 c) 4 d) –1

Tipo III. Simplificación y Operaciones con radicales.

13. Reduce a una sola potencia fraccionaria:

a) $\sqrt{a}\cdot a^{\frac{2}{3}}$ b) $\left(\sqrt{a}\right)^{\frac{1}{2}}$ c) $\sqrt{a\sqrt{a}}$ d) $2\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{\frac{1}{32}}$

[sol] a) $a^{7/6}$ b) $a^{1/4}$ c) $a^{3/4}$ d) 1

14. Halla, sin utilizar calculadora, el valor de:

a) $\sqrt{\frac{10}{0{,}1}\cdot 169}$ b) $\sqrt{144\cdot\frac{0{,}09}{100}}$ c) $\sqrt{81\cdot 144\cdot 400}$ d) $\sqrt[3]{-8\cdot 27\cdot 64}$

[sol] a) 130; b) 0,36; c) 2160; d) –24

15. Reduce todo lo posible las sumas:

a) $\left(1-2\sqrt{2}\right)^2-\left(1+2\sqrt{2}\right)^2$ b) $\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)+\left(2\sqrt{2}\right)^2$

[sol] a) $-8\sqrt{2}$ b) 9

16. Reduce las sumas: a) $3\sqrt{5}-\sqrt{80}+2\sqrt{45}-\sqrt{125}$ b) $2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{12}+4\sqrt{27}$

[sol] a) $5\sqrt{5}$ b) $13\sqrt{3}$

17. Reduce las sumas:

a) $4\sqrt{\frac{75}{4}}+2\sqrt{3}-\frac{7}{3}\sqrt{27}+\sqrt{\frac{48}{9}}$ b) $-2\sqrt{\frac{20}{27}}+\sqrt{\frac{125}{3}}-\frac{6}{5}\sqrt{\frac{45}{12}}-3\sqrt{\frac{5}{3}}$

[sol] a) $\frac{19\sqrt{3}}{3}$ (b) $-\frac{25}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$

Tipo IV. Racionalización

18. Racionaliza: a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{4\sqrt{2}}$ d) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ e) $\left(\frac{x^2}{\sqrt{x^3}}\right)^2$

[sol] a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}-3}{6}$ e) x

19. Racionaliza las fracciones: a) $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-2}$

[sol] a) $\frac{\sqrt{3}-3}{-2}$ b) $\frac{5+\sqrt{5}}{8}$