

CONCEPTOS ALGEBRAICOS BÁSICOS

Tipo I. Operaciones con polinomios

1. Calcula y simplifica:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(2 + \frac{4}{5}\right) \quad \text{b) } \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \cdot \left(2 + \frac{4}{5}\right) \quad \text{c) } \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{6}\right) \cdot 2 + \frac{4}{5}$$

$$\text{d) } \frac{2}{5} : \frac{7}{4} \quad \text{e) } -\frac{2}{15} : \frac{14}{42} \quad \text{f) } -\left[-\frac{1}{2} - (-4)\right]$$

[sol] a) $\frac{49}{75}$; b) $-\frac{1}{15}$; c) $\frac{19}{15}$; d) $\frac{8}{35}$; e) $-\frac{2}{5}$; f) $-\frac{7}{2}$

2. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \frac{64a^3b^2}{32a^4b} \quad \text{b) } \frac{6^2 \cdot 3^5 \cdot 2^6 \cdot 33^5}{18^3 \cdot 121^2 \cdot 12^4} \quad \text{c) } \left(\frac{26x^2y^7z^2}{8xy^2z^3}\right)^2 : \frac{13x^4yz^3}{32x^2y^2z}$$

[sol] a) $\frac{2b}{a}$ b) $\frac{99}{8}$ c) $\frac{26y^{11}}{z^4}$

3. Expresa algebraicamente:

a) Cuatro veces x menos su décima parte.

b) El precio de una entrada de cine es x más el 6 por 100 de I.V.A. aplicado sobre x .

[sol] a) $4x - \frac{x}{10}$ b) $P = x + \frac{6}{100}x$

4. La expresión $C(t) = 2000 \cdot (1 + 0,05)^t$ da el capital acumulado al cabo de t años para un capital inicial de 2000 € puesto a un 5 % de interés en un determinado banco. ¿Cuál será ese capital al cabo de 2 años? ¿Y al cabo de 4 años?

[sol] 2205 €; 2431,01 €

5. Haz las siguientes multiplicaciones de polinomios:

$$\text{a) } (3x^3 - 5x^2 + 7x - 5)(-3x^2 + 5x - 4) \quad \text{b) } \left(-\frac{1}{3}x^2 + 5x + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}x^2 - 3x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{c) } (4x^2 - 6x + 5)(3x^3 - 4x^2 - 2) \quad \text{d) } (5x^2 + 3x - 5)(7x^3 - 6x + 3)$$

[sol] a) $-9x^5 + 30x^4 - 58x^3 + 70x^2 - 53x + 20$ b) $-\frac{2}{15}x^4 + 3x^3 - \frac{2151}{150}x^2 + \frac{13}{10}x + \frac{1}{5}$

c) $12x^5 - 34x^4 + 39x^3 - 28x^2 + 12x - 10$ d) $35x^5 + 21x^4 - 65x^3 - 3x^2 + 39x - 15$

6. Haz las siguientes divisiones de polinomios:

$$\text{a) } (20x^3 + 12x^4 + 29 - 39x^2 - 28x) : (4x^2 - 5) \quad \text{b) } (2x^3 - 3x + 2) : (2x - 1)$$

[sol] Damos el resto. a) $-3x - 1$ b) $\frac{3}{4}$

7. Halla:

$$\text{a) } (x - 6)^2 \quad \text{b) } (4 + x^2)^2 \quad \text{c) } (2x - 1)^2 \quad \text{e) } \left(\frac{1}{2}x + 5\right)\left(\frac{1}{2}x - 5\right)$$

[sol] a) $x^2 - 12x + 36$ b) $16 + 8x^2 + x^4$ c) $4x^2 - 4x + 1$ d) $\frac{1}{4}x^2 - 25$

8. Utiliza la regla de Ruffini para hacer las siguientes divisiones:

$$\text{a) } (x^5 + x - 2x^3) : (x - 1) \quad \text{b) } (2x^3 - x^5 - 3x) : (x - 3)$$

[sol] Resto: a) 0; b) -198; c) -3

Tipo II. Factorización de polinomios

9. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 3x^3 - 9x^2 + 6x$

b) $P(x) = 2x^2 + x - 15$

c) $P(x) = 8x^4 + 80x^3 + 200x^2$

d) $P(x) = 6x^5 + 14x^4 + 4x^3$

[sol] a) $3x(x-1)(x-2)$ b) $2(x+3)(x-5/2)$ c) $8x^2(x+5)^2$ d) $6x^3(x+2)(x+1/3)$

10. Halla un polinomio de segundo grado sabiendo que una de sus raíces es $x = -5$ y que $P(2) = -7$

[sol] $x^2 + 2x - 15$

Tipo III. Fracciones algebraicas

11. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{21x^2}{7x-14x^2}$

b) $\frac{4-x}{3x-12}$

c) $\frac{3x^2-4x}{x^3}$

[sol] a) $\frac{3x}{1-2x}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{3x^2-4}{x^2}$

12. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2+6x-7}{2x-2}$

b) $\frac{4x^2-40x+100}{4x^2-100}$

c) $\frac{3x^3-6x^2}{3x^4+24x^3-60x^2}$

[sol] a) $\frac{x+7}{2}$ b) $\frac{x-5}{x+5}$ c) $\frac{1}{x+10}$

13. Halla, simplificando el resultado:

a) $x-1+\frac{2}{x+1}$

b) $2x-\frac{x-1}{x^2}$

c) $\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{4}{x^3}-\frac{8}{x^4}$

d) $\frac{3x-2}{x}-\frac{3x-3}{x+2}$

[sol] a) $\frac{x^2+1}{x+1}$ b) $\frac{2x^3-x+1}{x^2}$ c) $\frac{x^3-2x^2+4x-8}{x^4}$ d) $\frac{7x-4}{x(x+2)}$

14. Halla, simplificando el resultado:

a) $\frac{x^2-1}{x} : \frac{x+1}{x+2}$

b) $\frac{x+3}{x-2} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-9}$

[sol] a) $\frac{x^2+x-2}{x}$ b) $\frac{x-2}{x-3}$

Tipo IV. Aplicaciones

15. Desde Sevilla a Toulouse se puede ir en un número exacto de horas viajando a 100 km/h o a 130 km/h de velocidad media. ¿Qué distancia hay entre las dos ciudades, si a 80 km/h se tarda menos de 25 horas?

[sol] 1300 km.

16. De una cuba llena de vino se saca $1/6$ de su capacidad; después, $1/4$ de lo que queda. Si aún quedan 100 litros, ¿cuál es la capacidad de la cuba?

[sol] 160 litros

17. Un grifo llena un depósito en 10 horas, y otro en 8 horas.

a) ¿Cuánto llenan entre los dos en una hora?

b) ¿Cuánto tardarían en llenarlo entre los dos?

[sol] a) $9/40$ b) $\frac{40}{9}$ horas