## Repaso número real. Intervalos:

**1.** Separar los siguientes números en racionales o irracionales, indicando, de la forma más sencilla posible, el porqué:

$$\frac{1}{8} \quad \frac{\pi}{3} \quad \sqrt{5} \quad 2{,}6 \quad 0 \quad -3 \quad -\frac{25}{3} \quad \sqrt{13} \quad 0{,}1 \quad 6{,}\widehat{4} \quad 534 \quad 1{,}41421356\ 2...$$

*(Soluc: Q; I; I; Q; Q; Q; Q; I; Q; Q; Q; I)*

**2.** **a)** Representar sobre la misma recta real los siguientes racionales:

$$\frac{3}{2} \quad -3 \quad 0{,}\widehat{6} \quad \frac{5}{6} \quad -\frac{3}{4} \quad \frac{11}{5} \quad 2{,}25 \quad \frac{19}{6} \quad 3{,}\widehat{9}$$

**b)** Construir $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ y $\sqrt{10}$ sobre la recta real (no necesariamente sobre la misma), mediante regla y compás, y la aplicación del teorema de Pitágoras.

**3.** Completar:

| | REPRES. GRÁFICA | INTERVALO | DEF. MATEMÁTICA |
|---|---|---|---|
| 1 | | [-1,3] | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | [-2,1) | |
| 5 | | | {x∈ IR/ 1<x≤5} |
| 6 | | | |
| 7 | | | {x∈ IR/ x<2} |
| 8 | | (0,∞) | |
| 9 | | | |
| 10 | | (-1,5) | |
| 11 | | | {x∈ R/ x≤0} |
| 12 | | [2/3,∞) | |

| | REPRES. GRÁFICA | INTERVALO | DEF. MATEMÁTICA |
|---|---|---|---|
| 13 | | | $\{x \in IR / -2<x\leq 2\}$ |
| 14 | | | $\{x \in IR / \lvert x\rvert<3\}$ |
| 15 | | | $\{x \in IR / \lvert x\rvert\geq 3\}$ |
| 16 | | | |
| 17 | | [-1,1] | |
| 18 | | | $\{x \in IR / x<-1\}$ |
| 19 | | | |
| 20 | | $(-\infty,-2)U(2,\infty)$ | |
| 21 | | $(-\infty,2)U(2,\infty)$ | |
| 22 | | | $\{x \in IR / \lvert x\rvert\leq 5\}$ |
| 23 | | [-2,2] | |
| 24 | | | |

## Repaso fracciones, potencias y raíces:

**4.** Operar, simplificando en todo momento:

$$\frac{\frac{5}{4}-\frac{3}{5}:\left[2+\frac{3}{5}\left(\frac{6}{9}:\frac{3}{4}\right)\right]}{\frac{5}{4}:\frac{3}{5}\left(2+\frac{3}{5}:\frac{6}{9}\right)-\frac{3}{4}}=$$

**5.** Completar:

$a^m \cdot a^n =$

$\frac{a^m}{a^n} =$

$(a^m)^n =$

$(a \cdot b)^n =$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$

$a^0 =$

$a^{-n} =$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} =$

$1^n =$

$(-1)^{par} =$

$(-1)^{impar} =$

$(\text{base negativa})^{par} =$

$(\text{base negativa})^{impar} =$

Añadir estas fórmulas al formulario matemático de este curso. Utilizando las propiedades anteriores, simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{\left(2^0 \cdot 2^{-1} \cdot 2^3\right)^3}{\left[\frac{(1/3)^{-2}}{3}+1\right]^3} =$$ *(Sol: 1)*

**6.** Completar:

| | |
|---|---|
| Definición de raíz n-ésima | $\sqrt[n]{a}=x \Leftrightarrow$ |
| Casos particulares de simplificación | $\sqrt[n]{x^n}=$ |
| | $\left(\sqrt[n]{x}\right)^n=$ |
| Equivalencia con una potencia de exponente fraccionario | $\sqrt[n]{x^m}=$ |
| Simplificación de radicales/Índice común | $\sqrt[n\cdot p]{x^{m\cdot p}}=$ |
| Producto de raíces del mismo índice | $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=$ |
| Cociente de raíces del mismo índice | $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=$ |
| Potencia de una raíz | $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=$ |
| Raíz de una raíz | $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=$ |
| Introducir/Extraer factores | $x\cdot\sqrt[n]{a}=$ |

Añadir estas fórmulas al formulario matemático de este curso. Utilizando las propiedades anteriores, simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2}\cdot\left(\sqrt{a^3}\right)^3}{\sqrt[3]{a\cdot\sqrt{a^3}}} =$$ *(Sol: $\sqrt[3]{a^{13}}$ )*

## Repaso polinomios y fracciones algebraicas:

**7.** Dados $P(x)=4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+1$ y $Q(x)=4x^3-4x^2+2x$, se pide:

**a)** Extraer el máximo factor común de Q(x)

**b)** $P(x)-2x\cdot Q(x)$

**c)** $Q(x)\cdot Q(x)$

**d)** $P(x) : Q(x)$

**8.** Simplificar: $\frac{x^4-5x^2-36}{x^2-9}$ *(Sol: $x^2+4$)*

**9.** Operar y simplificar: $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\frac{12}{x^2-4}$ $\left(Sol: \frac{2x+3}{x+2}\right)$

## Repaso ecuaciones, sistemas e inecuaciones:

**10.** Resolver:

**a)** $3\left(\frac{11x}{6}-x\right)-4=2x-3\left(1-\frac{x}{6}\right)$

**b)** $\left.\begin{array}{l}\frac{20x+7}{9}-\frac{4x+y}{2}=2\\ \frac{7x+1}{4}-\frac{2x-2y}{6}=x\end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=−2)*

**c)** $\frac{(2x^2+3)(2x^2-3)}{2}-\frac{(2x-3)^2}{3}=4x-\frac{41}{6}$ *(Sol: x=±1)*

**d)** $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+7}=4$ *(Sol: x=114)*

**e)** $\frac{x-2}{x-1}-\frac{x^2}{x^2-3x+2}=\frac{x-1}{x-2}$ *(Sol: x=−3)*

**f)** $\left.\begin{array}{r}x+y=1\\ x^2-2x+3y=-1\end{array}\right\}$ *(Sol: $x_1$=4, $y_1$=−3; $x_2$=1, $y_2$=0)*

**g)** $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{5x+6}{6}<\frac{(x+3)(x-3)}{3}+6$ *[Sol: x∈(0,7)]*

**h)** $\left.\begin{array}{l}\frac{5-3x}{4}-3(x+4)\le\frac{3(x+2)}{2}+2\\ \frac{2(2x+1)-(x-1)}{3}-\frac{2x+1}{5}<2\end{array}\right\}$ *[Sol: x∈[−3,2)]*

**i)** $\frac{x+3}{x-7}\le\frac{1}{2}$ *[Sol: x∈[-13,7)]*

## Miscelánea (I):

**11.** Indicar cuál es el menor conjunto numérico al que pertenecen los siguientes números (ℕ, ℤ, ℚ o I); en caso de ser ℚ o I, razonar el porqué:

$\frac{\pi}{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ 0,0015 -10 $\frac{5}{6}$ $2,\hat{3}$ 2,02002000 2...

*(Soluc: I; I; N; Q; Z; Q; Q; I)*

**12.** Representar en la recta real los siguientes intervalos y definirlos empleando desigualdades:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** [2,4] | **d)** (-1, 3) | **g)** (-∞,3] | **j)** (-∞,-2] |
| **b)** (1,6) | **e)** (-2,2) | **h)** [-3,3] | |
| **c)** [1,5) | **f)** (0,∞) | **i)** (5/3,∞) | |

☞ *Ejercicios libro: pág. 29: 3 y 4; pág. 47: 36, 37 y 38*

**13.** Operar, simplificando en todo momento:

**a)** $\frac{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}{2}:\frac{1-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}:\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{3}}=$

**b)** $\dfrac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}}{\left[(-2)^3\right]^2 + (-3)^3 \cdot (-3)^2} =$ *(Sol: -4/179)*

**c)** $\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}\sqrt{4\sqrt{2}}}}{\left(\sqrt[8]{2}\right)^2} =$ *(Sol: $\sqrt[24]{2^{25}}$ )*

**14.** Dados $P(x)=4x^3+6x^2-2x+3$, $Q(x)=2x^3-x+7$ y $R(x)=7x^2-2x+1$, hallar:

**a)** El valor numérico de P(x) para x=-2

**b)** La factorización de R(x)

**c)** P(x)+Q(x)+R(x) *(Sol: $6x^3+13x^2-5x+11$)*

**d)** P(x)-Q(x)-R(x) *(Sol: $2x^3-x^2+x-5$)*

**e)** P(x)+3Q(x)-2R(x) *(Sol: $10x^3-8x^2-x+22$)*

**f)** P(x) **:** (x+2) por Ruffini

**15.** Operar y simplificar:

$$\frac{\frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x}}{\frac{5x^2 - 5x}{2x + 6}} =$$ *$\left(Sol: \frac{x+1}{5x}\right)$*

**16.** Resolver:

**a)** $\dfrac{1+96\frac{1}{480}}{96x} = \dfrac{1}{1600}$ *(Sol: x=20)*

**b)** $\left.\begin{array}{r} x-y+z=6 \\ 2x+y-3z=-9 \\ -x+2y+z=-2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=-2; z=3)*

**c)** $\dfrac{3x^2+1}{6x+1} = \dfrac{6x-1}{3x^2-1}$ *(Sol: x=0; x=±2)*

**d)** $2\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 4$ *(Sol: x=5; x=13/9)*

**e)** $\dfrac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}\,x - \dfrac{x}{\sqrt{2}}$ *(Sol: x=±√2)*

**f)** $\left.\begin{array}{l} 2x-y=1 \\ x^2+3xy=0 \end{array}\right\}$

**g)** $\dfrac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \dfrac{(x+2)(x-2)}{2} + \dfrac{11}{6}$ *[Sol: $x\in(-\infty,-5]U[1,\infty)$]*

**h)** $\left.\begin{array}{l} 2x-10 > -x+2 \\ 12-4x > -3x+2 \\ 3(x+2) \geq 2(x+6) \end{array}\right\}$ *[Sol: $x\in(6,10)$]*

**i)** $\dfrac{1}{x} \leq x$ *[Sol: $x\in[-1,0)U[1,\infty)$]*

**17.** Señalar cuáles de los siguientes números son racionales o irracionales, indicando el porqué:

| | | |
|---|---|---|
| **a)** 3,629629629.... | **c)** 5,216968888... | **e)** 7,129292929... |
| **b)** 0,130129128... | **d)** 0,123456789... | **f)** 4,101001000... |

*(Soluc: Q; I; Q; I; Q; I)*

**18.** Representar en la recta real los siguientes conjuntos numéricos y nombrarlos empleando intervalos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** $\{x\in IR/\ -2<x\leq 3\}$ | **d)** $\{x\in IR/\ x<0\}$ | **g)** $\{x\in IR/\ x>-3\}$ | **j)** $\{x\in IR/\ \lvert x\rvert\geq 2\}$ |
| **b)** $\{x\in IR/\ 1\leq x\leq 4\}$ | **e)** $\{x\in IR/\ \lvert x\rvert\leq 3\}$ | **h)** $\{x\in IR/\ x\leq 5\}$ | **k)** $\{x\in IR/\ \lvert x\rvert=2\}$ |
| **c)** $\{x\in IR/\ x\geq 2\}$ | **f)** $\{x\in IR/\ \lvert x\rvert>4\}$ | **i)** $\{x\in IR/\ \lvert x\rvert<5\}$ | |

**19.** Operar, simplificando en todo momento:

**a)** $$\frac{\frac{4}{3}:\frac{7}{4}+\left(7+\frac{2}{5}\right):\frac{7}{3}}{\frac{4}{3}+\frac{7}{4}\left(7-\frac{2}{5}\right)\frac{7}{3}}=$$ *(Sol: 236/1697)*

**b)** $$\frac{\dfrac{\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}\left(\frac{5}{2^3}\right)^{-1}}{\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}}+(-4)^{-3}}{1+\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{4^{-3}}}=$$ *(Sol: −1/64)*

**c)** $$\frac{\left(\sqrt{125}\right)^3}{\sqrt{5\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{25}}}=$$ *(Sol: $\sqrt[12]{5^{41}}$ )*

**20.** Dados $P(x)=6x^4+11x^3-28x^2-15x+18$ y $Q(x)=3x-2$, se pide:

**a)** Factorizar P(x), por Ruffini

**b)** $Q^5(x)$, por Tartaglia

**c)** $P(x)\cdot Q(x)-2x^2Q(x)$

**d)** $P(x) : Q(x)$

**21.** Operar y simplificar:

$$\frac{1}{x^2-9x+20}-\frac{1}{x^2-11x+30}+\frac{1}{x^2-10x+24}$$ $\left(Sol:\ \dfrac{x-7}{x^3-15x^2+24x-120}\right)$

**22.** Resolver:

**a)** $$\left.\begin{array}{r}2x+y-z=0\\ x-2y+3z=13\\ -x+y+4z=9\end{array}\right\}$$ *(Sol: x=2, y=-1; z=3)*

**b)** $$\frac{5}{x+2}=\frac{3}{2}-\frac{x}{x+3}$$ *(Sol: $x_1=3$; $x_2=-4$)*

**c)** $\left.\begin{array}{l} y^2 = 2ax \\ x^2 = ay \end{array}\right\}$ *(Soluc : $x = a\cdot\sqrt[3]{2}$, $y = a\cdot\sqrt[3]{4}$)*

**d)** $1-\frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$ *(Sol: x<3)*

**e)** $3x^2+15x+21<0$ *(Sol: $\nexists$ soluc.)*

**f)** $3x^2+15x+21>0$ *(Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$)*

**g)** $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{x^2}{2} < \frac{(x^2 - 2x)(x^2+2x)}{4} - 2$ *[Sol: $x \in (-\infty,-2) \cup (2,\infty)$]*

**h)** $(x^2-4)(x^2+4)<0$

**23.** Separar los siguientes números en racionales e irracionales, indicando el porqué:

$\frac{1}{2}$ $\pi$ $\sqrt{13}$ $\frac{2,6}{2}$ $\sqrt{169}$ $0,\widehat{7}$ $\frac{3}{5}$ 0,494949.. $\sqrt{7}$ 3,75 -13 $6,2\widehat{4}$ 1,732050..

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 28: 1 y 2***

**24.** Hallar la U e ∩ de los siguientes intervalos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** A=[-2,5) | **c)** E=(-∞,0] | **e)** I=(-∞,0) | **g)** M=[-3,-1) |
| B=(1,7) | F=(-3,∞) | J=[0,∞) | N=(2,7] |
| **b)** C=(0,3] | **d)** G=[-5,-1) | **f)** K=(2,5) | **h)** O=(-3,7) |
| D=(2,∞) | H=(2,7/2] | L=(5,9] | P=(2,4] |

**25.** Calcular, **aplicando, siempre que sea posible, las propiedades de las potencias,** y simplificando en todo momento. **Cuando no sea ya posible aplicar las propiedades de las potencias, debido a la existencia de una suma o resta, pasar la potencia a número y operar**:

$$\frac{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right]^2 - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-3}\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\left[\left(\frac{4}{9}\right)^2\right]^{-1}\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \frac{1}{3^4}\, 2^{-1}} =$$ *(Sol: -608/81)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 45: 7, 8, 12 y 14***

**26. a)** Extraer factores y simplificar:

$$5\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\sqrt[3]{\frac{4}{81}} =$$ *(Sol : $\frac{5}{3}\sqrt[3]{2}$ )*

**b)** Sumar, reduciendo previamente a radicales semejantes:

$$5\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} - \sqrt{300} =$$ *(Sol : $-\frac{17}{2}\sqrt{3}$ )*

**c)** Racionalizar y simplificar:

$$\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{125}} =$$ *(Sol : $\frac{8\sqrt{5}}{25}$ )*

$\sqrt[3]{\frac{1}{1296}}=$ $\left(Sol: \frac{\sqrt[3]{36}}{36}\right)$

$\frac{17-9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-5}-\frac{9}{\sqrt{3}}=$ *(Sol: 2)*

**27.** Dados $P(x)=x^6+6x^5+9x^4-x^2-6x-9$ y $Q(x)=x^2-9$, se pide:

**a)** Factorizar P(x), por Ruffini

**b)** $Q^4(x)$, por Tartaglia

**c)** $P(x)-Q(x)\cdot Q(x)$

**d)** P(x) **:** Q(x)

**28.** Operar y simplificar:

$\frac{x^2+1}{x^2-1}+\frac{x+2}{x-2}\ \frac{x-1}{x+1}=$ $\left(Sol: \frac{2x^3-2x^2-2x}{x^3-2x^2-x+2}\right)$

**29.** Resolver:

**a)** $-x^2-x=0$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=-1$)*

**b)** $\sqrt{3}=\frac{2x}{1-x^2}$ $\left(Sol: x_1=\sqrt{3}/3,\ x_2=-\sqrt{3}\right)$

**c)** $(x^2+1)^4=625$ *(Sol: $x=\pm 2$)*

**d)** $(x^2-1)^4=0$ *(Sol: $x=\pm 1$)*

**e)** $\frac{x^4}{10}=8x$ *(Sol: $x_1=0,\ x_2=2\cdot\sqrt[3]{10}$)*

**f)** $\frac{\sqrt{x}}{x}=0$ *(Sol: $\nexists$ soluc.)*

**g)** $\sqrt{x^2+4x+4}=1$ *(Sol: $x_1=-1$, $x_2=-3$)*

**h)** $x^6-16x^2=0$ *(Sol: $x=0$, $x=\pm 2$)*

**i)** $\sqrt[3]{x+5}=2$ *(Sol: $x=3$)*

**j)** $x^3=3x$ *(Sol: $x_1=0$, $x_2=\sqrt{3}$; $x_3=-\sqrt{3}$)*

**k)** $-7x\leq -7$ *(Sol: $x\geq 1$)*

**l)** $x^2<9$ *[Sol: $x\in(-3,3)$]*

**30.** ¿Verdadero o falso? Razonar la respuesta:

**a)** Todo número real es racional.

**b)** Todo número natural es entero.

**c)** Todo número entero es racional.

**d)** Siempre que multiplicamos dos números racionales obtenemos otro racional.

**e)** Siempre que multiplicamos dos números irracionales obtenemos otro irracional.

**f)** Entre dos números reales existe siempre un racional.

**g)** " " " " " " " "

☞ *Ejercicios libro: pág. 49: 62*

**31.** Representar los siguientes intervalos e indicar su unión e intersección:

**a)** [-2,5) y [3,∞) | **b)** (0,3) y [9/2,∞) | **c)** (-5,-1] y [-1,4] | **d)** (-1,3) y [3,∞)

☞ *Ejercicios libro: pág. 47: 39, 40 y 45*

## Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto:

**32.** Indicar para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones; en el caso de las desigualdades, indicar la solución mediante intervalos:

**a)** $|x|=5$

**b)** $|x|\leq 5$

**c)** $|x|>5$

**c)** $|x-4|=2$ *(Sol: $x_1=2$, $x_2=6$)*

**d)** $|x-4|\leq 2$ *(Sol: $x\in[2,6]$)*

**e)** $|x-4|>2$ *(Sol: $x\in(-\infty,2)U(6,\infty)$)*

**f)** $|x+4|>5$ *(Sol: $x\in(-\infty,-9)U(1,\infty)$)*

**g)** $|x|=-2$

**h)** $|x|=0$

**i)** $|x|<2$

**j)** $|x|\geq 2$

**k)** $|x+1|=3$ *(Sol: $x_1=-4$, $x_2=2$)*

**l)** $|x-2|\leq 3$ *(Sol: $x\in[-1,5]$)*

**m)** $|x|=7$

**n)** $|x|\leq 6$

**o)** $|x|>2$

**p)** $|x-2|<5$ *(Sol: $x\in(-3,7)$)*

**q)** $|x+3|\geq 7$ *(Sol: $x\in(-\infty,-10]U[4,\infty)$)*

**r)** $|2x|<8$ *(Sol: $x\in(-4,4)$)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 47: 41 y 42***

## Resolución gráfica de inecuaciones y sistemas:

**33.** Resolver **gráficamente** los siguientes sistemas de ecuaciones de 1er grado; resolverlos a continuación analíticamente (por el método deseado), y comprobar que se obtiene idéntico resultado:

**a)** $\left.\begin{array}{l} x+y=12 \\ x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=7, y=5)*

**b)** $\left.\begin{array}{l} x+3y=6 \\ 2x-y=-2 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=0, y=2)*

**c)** $\left.\begin{array}{l} x+3y=4 \\ 2x-y=1 \end{array}\right\}$ *(Soluc: x=1, y=1)*

**d)** $\left.\begin{array}{l} x+2y=0 \\ 2x-y=5 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=2, y=-1)*

**e)** $\left.\begin{array}{l} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=3, y=1)*

**f)** $\left.\begin{array}{l} x+3y=1 \\ 2x-y=2 \end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=0)*

**34.** Resolver **gráficamente** las siguientes inecuaciones de 2º grado; resolverlas a continuación analíticamente y comprobar que se obtiene idéntico resultado:

**a)** $x^2-6x+8\geq 0$ *[Sol: $x\in(-\infty,2]U[4,\infty)$]*

**b)** $x^2-2x-3<0$ *[Sol: $x\in(-1,3)$]*

**c)** $x^2-5x+6>0$ *[Sol: $x\in(-\infty,2)U(3,\infty)$]*

**d)** $x^2-3x-10\leq 0$ *[Sol: $x\in[-2,5]$]*

**e)** $3x^2-10x+7\geq 0$ *[Sol: $x\in(-\infty,1]U[7/3,\infty)$]*

**f)** $2x^2-16x+24<0$ *[Sol: $x\in(2,6)$]*

**g)** $x^2-4x+21\geq 0$ *[Sol: $\forall x\in IR$]*

**h)** $x^2-3x>0$ *[Sol: $x\in(-\infty,0)U(3,\infty)$]*

**i)** $x^2-4\geq 0$ *[Sol: $x\in(-\infty,-2]U[2,\infty)$]*

**j)** $x^2-4x+4>0$ *[Sol: $x\in IR-\{2\}$]*

**k)** $x^2+6x+9\geq 0$ *[Sol: $\forall x\in IR$]*

**l)** $x^2+6x+9>0$ *[Sol: $\forall x\in IR-\{-3\}$]*

**m)** $x^2-2x+1<0$ *[Sol: $\nexists$ soluc.]*

**n)** $x^2-4x+4\leq 0$ *[Sol: x=2]*

**o)** $6x^2-5x-6<0$ *[Sol: $x\in(-2/3,3/2)$]*

**p)** $x^2-4x+7<0$ *[Sol: $\nexists$ soluc.]*

**r)** $2x^2-8x+6<0$ *[Sol: $x\in(-3,\ -1)$]*

**s)** $2x^2+10x+12\leq 0$ *[Sol: $x\in[-3,\ -2]$]*

**t)** $-x^2+5x-4\geq 0$ *[Sol: $x\in[1,4]$]*

## Notación científica:

**35.** Pasar a notación científica los siguientes números:

**a)** 300.000.000=
**b)** 456=
**c)** 0,5=
**d)** 0,0000000065=
**e)** 18.400.000.000=
**f)** 0,000001=
**g)** -78986,34=
**h)** 0,0000093=
**i)** 1.230.000.000.000=
**j)** 14 billones €=
**k)** 150 millones $=
**l)** 7,3=
**m)** 73=
**n)** 0,00010001=
**o)** 10=
**p)** 1=
**q)** 0,011001=
**r)** 16.730.000=
**s)** -345,45

**36.** Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas (y comprobar que se obtiene el mismo resultado):

- Sin calculadora, aplicando sólo las propiedades de las potencias.
- Utilizando la calculadora científica.

**a)** $2{,}5\cdot10^{7}+3{,}6\cdot10^{7}=$
**b)** $4{,}6\cdot10^{-8}+5{,}4\cdot10^{-8}=$
**c)** $1{,}5\cdot10^{6}+2{,}4\cdot10^{5}=$
**d)** $2{,}3\cdot10^{9}+3{,}25\cdot10^{12}=$
**e)** $3{,}2\cdot10^{8}-1{,}1\cdot10^{8}=$
**f)** $4{,}25\cdot10^{7}-2{,}14\cdot10^{5}=$
**g)** $7{,}28\cdot10^{-3}-5{,}12\cdot10^{-3}=$
**h)** $(2\cdot10^{9})\cdot(3{,}5\cdot10^{7})=$
**i)** $\dfrac{8{,}4\cdot10^{9}}{2\cdot10^{7}}=$
**j)** $\dfrac{(3{,}2\cdot10^{-3})\cdot(4\cdot10^{5})}{2\cdot10^{-8}}=$
**k)** $(2\cdot10^{5})^{2}=$

☞ *Ejercicios libro: pág. 39: 2 y 3; pág. 47: 30 a 35*

**37.** La estrella más cercana a nuestro sistema solar es $\alpha$-Centauri, que está a una distancia de tan sólo 4,3 años luz. Expresar, en km, esta distancia en **notación científica**. (Dato: velocidad de la luz: 300.000 km/s) ¿Cuánto tardaría en llegar una sonda espacial viajando a 10 km/s? *(Sol: $4{,}068\cdot10^{13}$ km)*

## Miscelánea (II):

**38.** Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 $cm^2$ ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado originario? *(Sol: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)*

**39.** **a)** ¿Qué otro nombre recibe el intervalo $[0,\infty)$? ¿Y $(-\infty,0]$?

**b)** ¿A qué equivale $IR^{+} \cup IR^{-}$? ¿Y $IR^{+} \cap IR^{-}$?

**40.** **a)** Simplificar, reduciendo previamente a radicales semejantes:

$$\sqrt{128}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18}-3\sqrt{27}-\sqrt{2}=$$ *(Sol : $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ )*

**b)** Racionalizar y simplificar:

$$\frac{3\sqrt{2}-2}{3\sqrt{2}+2}+\frac{6\sqrt{12}}{7\sqrt{6}}=$$ *(Sol: 11/7)*

$$\frac{3\sqrt[5]{9}}{2\sqrt[3]{243}} =$$ $\left(Sol: \frac{\sqrt[15]{3^{11}}}{6}\right)$

**c)** Operar y simplificar:

$$\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2\left(5-\sqrt{21}\right) =$$

**d)** Simplificar y operar:

$$\sqrt{125} - 2\sqrt[4]{400} + \sqrt[6]{8000} =$$ *(Sol : $3\sqrt{5}$ )*

**41.** Un grupo de estudiantes alquila un piso por el que tienen que pagar 420 € al mes. Uno de ellos hace cuentas y observa que si fueran dos estudiantes más, cada uno tendría que pagar 24 € menos. ¿Cuántos estudiantes han alquilado el piso? ¿Cuánto paga cada uno? *(Sol: 5 estudiantes a 84 € cada uno)*

**42.** Calcular el volumen aproximado (en $m^3$) de la Tierra, tomando como valor medio de su radio 6378 km, dando el resultado en **notación científica** con dos cifras decimales. $\left(\text{Volumen de la esfera}: \frac{4}{3}\pi r^3\right)$

*(Sol: $1{,}15\cdot 10^{21}\ m^3$)*

**43.** Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) *(Sol: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)*

**44.** Racionalizar denominadores y simplificar:

**a)** $\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$ $\left(Sol: \frac{\sqrt{50+10\sqrt{5}}}{10}\right)$

**b)** $\frac{3}{\sqrt{\sqrt[3]{3}}}$ $\left(Sol: \sqrt[6]{243}\right)$

**c)** $\frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{12}{\sqrt{3}}$ *(Sol: 7)*

**d)** $\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\left(Sol: \frac{1+\sqrt{6}-2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}\right)$

☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 45 y ss.: 9, **10, 11**, 13 y 15 (potencias de exponente fraccionario)*

*pág. 31: **1, 2,** 3 y **4**; pág. 32: **5 y 6**; pág. 46: **16, 17, 21, 22, 23 y 27** (operaciones con radicales)*

*pág. 32: 8; pág. 46: **25 y 26** (radicales semejantes)*

*pág. 32: **7**; pág. 33: **9 y 10**; pág. 46: **24, 28 y 29** (racionalización)*

**45.** Dos árboles de 15 m y 20 m de altura están a una distancia de 35 m. En la copa de cada uno hay una lechuza al acecho. De repente, aparece entre ellos un ratoncillo, y ambas lechuzas se lanzan a su captura a la misma velocidad, llegando simultáneamente al lugar de la presa. ¿A qué distancia de cada árbol apareció el ratón? (Ayuda: Si se lanzan a la misma velocidad, recorren el mismo espacio, pues llegan a la vez; aplicar el teorema de Pitágoras, y plantear un SS.EE. de 2º grado) *(Sol: a 15 m del árbol más alto)*

**46.** En una balanza de precisión pesamos cien granos de arroz, obteniendo un valor de 0,0000277 kg. ¿Cuántos granos hay en 1000 toneladas de arroz? Utilícese **notación científica**. *(Sol: $3{,}61\cdot 10^{12}$ gr)*

**47.** Un almacenista de fruta compra un determinado número de cajas de fruta por un total de 100 €. Si hubiera comprado 10 cajas más y cada caja le hubiera salido por 1 € menos, entonces habría pagado 120 €. ¿Cuántas cajas compró y cuánto costó cada caja? *(Sol: 20 cajas a 5 €)*

**48.** La luz del sol tarda 8 minutos y 20 segundos en llegar a la Tierra. Calcular la distancia Tierra-Sol, empleando **notación científica**. *(Sol: $1,5\cdot 10^8$ km)*

**49.** Hallar dos números positivos sabiendo que su cociente es 2/3 y su producto 216 *(Sol: 12 y 18)*

**50. TEORÍA: a)** ¿Qué es el discriminante de una ecuación de 2º grado? ¿Qué indica? Sin llegar a resolverla, ¿cómo podemos saber de antemano que la ecuación $x^2+x+1$ carece de soluciones?

**b)** Inventar una ecuación de 2º grado con raíces $x_1=2/3$ y $x_2=2$, y cuyo coeficiente cuadrático sea 3

**c)** Sin resolver y sin sustituir, ¿cómo podemos asegurar que las soluciones de $x^2+5x-300=0$ son $x_1=15$ y $x_2=-20$?

**d)** Calcular el valor del coeficiente **b** en la ecuación $x^2+bx+6=0$ sabiendo que una de las soluciones es 1. Sin necesidad de resolver, ¿cuál es la otra solución?

**51.** Un rectángulo tiene 300 $cm^2$ de área y su diagonal mide 25 cm. ¿Cuánto miden sus lados? *(Sol: 20 x 15 cm)*

**52.** Resolver:

**a)** $x^6+7x^3-8=0$ *(Sol: x=1, x=-2)*

**b)** $x^6-64=0$ *(Sol: x=±2)*

**c)** $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}+y=3\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\end{array}\right\}$ *(Sol: $x_1=1$; $y_1=2$; $x_2=2/5$; $y_2=1$)*

**d)** $\sqrt{x+4}-\sqrt{2x-9}=\sqrt{x-1}$ *(Sol: x=5)*

**53.** Un frutero ha comprado manzanas por valor de 336 €. Si el kilo de manzanas costara 0,80 € menos, podría comprar 48 kg más. Calcular el precio de las manzanas y la cantidad que compró.
*(Sol: 120 kg a 2,80 €/kg)*

**54.** Resolver la ecuación $2x^3-3x^2=-\frac{1}{2}$, sabiendo que una de sus raíces es 1/2 *(Sol: x=±1/2, 3/2)*

**55.** Una persona compra una parcela de terreno por 4800 €. Si el $m^2$ hubiera costado 2 € menos, por el mismo dinero habría podido comprar una parcela 200 $m^2$ mayor. ¿Cuál es la superficie de la parcela que ha comprado? ¿Cuánto cuesta el $m^2$? *(Sol: 600 $m^2$; 8 €)*

**56.** Resolver la ecuación $\sqrt[3]{x-2}=x$ *(Sol: x=2)*

**57.** El área de un **triángulo** rectángulo es 30 $m^2$ y la hipotenusa mide 13 m. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? *(Sol: 12 m y 5 m)*

**58.** Resolver la ecuación $\sqrt[3]{x}=2\sqrt{x}-1$ (Ayuda: aplicar Tartaglia y Ruffini) *(Sol: x=1)*

**59.** Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195 *(Sol: 13 y 15)*

**60.** Resolver: **a)** $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\\ y-x^2=1\end{array}\right\}$ *(Sol: x=1, y=2)* **b)** $\left.\begin{array}{l}y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\\ y=\sqrt{x^3}\end{array}\right\}$ *(Sol: x=1; y=1)*

**61.** Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? *(Sol: 45)*

**62.** **a)** Inventar una ecuación polinómica de grado 3 que tenga únicamente por soluciones x=-2, x=1 y x=3

**b)** Inventar una ecuación polinómica de grado 4 que tenga únicamente como raíces 1 y 2

**c)** Un polinomio de grado 3, ¿cuántas raíces puede tener como mínimo? Razonar la respuesta. *(Sol: 1 raíz)*

**63.** Varios amigos alquilan un local por 800 €. Si hubieran sido tres más, habría pagado cada uno 60 € menos. ¿Cuántos amigos son? *(Sol: 5 amigos)*

**64.** Determinar el polinomio de grado 3 que verifica: P(-1)=P(2)=P(-3)=0 y P(-2)=18

**65.** Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 $m^2$. Calcular las dimensiones del rectángulo. *(Sol: 5 x 10 m)*

**66.** Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

**a)** $\dfrac{\frac{y}{1-y}}{\frac{y}{1-y}+1}=$ *(Sol: y)*

**b)** $\left(1-\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{2x}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}\right)=$ $\left(Sol:\ \frac{1}{x}\right)$

**c)** $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a+b}{a-b}\right)\frac{a+b}{ab}=$ $\left(Sol:\ -\frac{2}{a-b}\right)$

**d)** $\frac{xy}{x^2-y^2}:\frac{x-y}{y}+\frac{y}{x-y}=$ $\left(Sol:\ \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\right)$

**67.** Un campo rectangular de 4 ha de superficie tiene un perímetro de 10 hm. Calcular, en metros, su longitud y su anchura. (Recordar: 1 ha=100 a; 1 a=100 $m^2$) *(Sol: 100 m x 400 m)*

**68.** Demostrar que: **a)** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$ **b)** $\frac{(a+b)^2}{4}-\frac{(a-b)^2}{4}=a\cdot b$

**69.** Las diagonales de un rombo están en la relación de 2 a 3. El área es de 108 $cm^2$. Calcular la longitud de las diagonales y el lado del rombo. *(Sol: d=12 cm; D=18 cm; l≅10,81 cm)*

**70.** Operar y simplificar:

$x+\dfrac{2}{x-\frac{4}{x}}-\dfrac{x-1}{x-2}=$ $\left(Sol:\ \frac{x^2+x+2}{x+2}\right)$

☞ *Ejercicios libro: pág. 71: **1**, 2 y 3; pág. 92: **1 y 3** (descomposición factorial; Ruffini);*

*pág. 92: **4** (simplificación de F.A.)*

*pág. 73: **2**; pág. 74: 3 y 4; pág. 92: **5** y 6 (operaciones con F.A.)*

**71.** El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 $m^2$. Calcular sus dimensiones. *(Sol: d=h=6 m)*

**72.** Transformar en potencias de exponente fraccionario la siguiente expresión, operar y simplificar:

$$\sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt[4]{3}}} =$$

**73.** Despejar x y simplificar:

$$x^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 \qquad \left(Sol: x = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

**74.** Demostrar que son ciertas las siguientes igualdades:

**a)** $2\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3-1})$ **b)** $2\sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3+1})$

**75.** Calcular la velocidad y el tiempo que ha invertido un ciclista en recorrer una etapa de 120 km sabiendo que, si hubiera ido 10 km/h más deprisa, habría tardado una hora menos. *(Sol: v=30 km/h; t=4 h)*

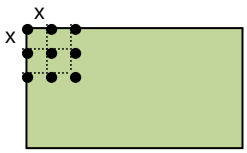
**76.** Resolver:

**a)** $|x^2 - 3x| = 4$ *(Sol: $x_1$=-1, $x_2$=4)*

**b)** $|2x - 3| = |x + 4|$ *(Sol: $x_1$=-1/3; $x_2$=7)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 96: 44 y 47***

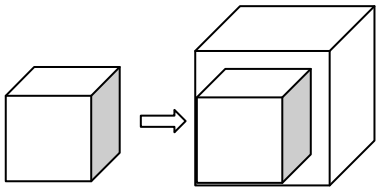
**77.** En un terreno rectangular de lados 64 m y 80 m se quieren plantar 357 árboles formando una cuadrícula regular. ¿Cuál será el lado de esa cuadrícula? (Ayuda: En el lado menor, por ejemplo, hay 64/x cuadrículas, y un árbol más que el número de cuadrículas) *(Sol: x=4 m)*




**78.** Operar, racionalizando previamente

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \qquad \left(Sol: \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$$

**79.** Al aumentar en 1 cm la arista de un cubo su volumen aumenta en 271 $cm^3$. ¿Cuánto mide la arista? (Ayuda: plantear una ecuación de 3er grado) *(Sol: 9 cm)*



**80.** Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? *(Sol: 74 l)*

**81.** Un padre, preocupado por motivar a su hijo en Matemáticas, se compromete a darle 1 € por problema bien hecho, mientras que, si está mal, el hijo le devolverá 0,5 €. Después de realizar 60 problemas, el hijo ganó 30 €. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente? *(Ayuda: Plantear un SS.EE. de 1$^{er}$ grado)*
*(Sol: 40 problemas)*

**82.** Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano; y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?
*(Sol: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)*

**83.** Un ganadero decide repartir una manada de 456 caballos entre sus hijos e hijas. Antes del reparto se enfada con los dos únicos varones, que se quedan sin caballos. Así, cada hija recibe 19 cabezas más. ¿Cuántas hijas tiene el ganadero? *(Sol. 6 hijas)*

**84.** Una cuadrilla de vendimiadores tiene que vendimiar dos fincas, una de las cuales tiene doble superficie que la otra. Durante medio día trabajó todo el personal de la cuadrilla en la finca grande; después de la comida, una mitad de la gente quedó en la finca grande y la otra mitad trabajó en la pequeña. Durante esa tarde fueron terminadas las dos fincas, a excepción de un reducido sector de la finca pequeña, cuya vendimia ocupó el día siguiente completo a un solo vendimiador. ¿Con cuántos vendimiadores contaba la cuadrilla? (Ayuda: Llamar x al nº de vendimiadores y s a la superficie que vendimia una persona en media jornada, y plantear una ecuación, ¡no un sistema!) *(Sol. 8 vendimiadores)*